Pensées pour une saison – Printemps (2020)

par Gabriel Bittar, Dr en Sciences

112. Une promenade langagière autour du syllogisme : syllogisme bien construit

Version 2025.03.01 pour le web, développée et étendue.

Rien n'est simple[1]

1.

Entamons autour du syllogisme une première promenade langagière et cognitive. Nous la ferons en seize étapes.

Nous reviendrons parfois sur nos pas, ce qui nous permettra de revoir, sous un angle différent, certains éléments des paysages syllogistiques un peu complexes.

Selon Ésope[2], la pire et la meilleure des choses, c'est la langue. Elle peut servir comme desservir la vérité, le bien et la beauté.

En ce qui concerne la vérité, il est des méthodes intellectuelles très utiles pour mieux la discerner dans et par le langage, et de ce côté les philosophes grecs ont été féconds. Ainsi, dans l'*Organon*, plus particulièrement dans les *Analytiques*, Aristote [384-322] traita de la logique[3], c'est-à-dire de l'ordre structurel et formel dans lequel s'exprime la pensée déductive, le contenu et le fond de celle-ci n'étant pris en compte que de façon secondaire.

En matière de raisonnement déductif (celui qui va du général au particulier)[4], le philosophe insista, tout au long des traités de l'*Organon*, sur l'importance cruciale de l'usage correct du *syllogisme*[5], que ce soit dans le discours quotidien, dans le discours philosophique ou dans le discours scientifique. Sa contribution fut si fondamentale qu'il vaut la peine de déambuler en compagnie de l'illustre péripatéticien[6] et de ses héritiers.

Dans une bonne mesure, la promenade sera langagière et linguistique… mais pas seulement. Elle sera intellectuelle et cognitive, également.

---

[1] Titre du premier grand recueil de dessins humoristiques de Sempé (1962).

[2] Aisôpos, fabuliste de la Grèce archaïque, au début du VIe s. AEC.

[3] Du grec *logos*, ‘ propos raisonné ’. L'*Organon* d'Aristote est le premier recueil de l'histoire ayant pour thème principal la logique et le raisonnement.

[4] Alors que le raisonnement inductif, ou généralisation, va du particulier au général (une hypothèse générale, fondée sur un faisceau cohérent d'observations concordantes, est une induction). « L'induction procède des cas individuels pour accéder aux énoncés universels. » – Aristote, *Organon*, *Topiques*, I.12.

[5] Syllogisme : agencement précis de trois propositions binaires ; du grec *syllogismos*, de *syn* (‘ avec ’) et *logos*, littéralement ‘ ensemble de propos raisonnés ’.

[6] Aristote [384-322], l'homme qui enseignait en marchant.

***

2.

Avant d'aborder le monde du syllogisme, quelques observations préalables de langage et de symbolisation s'imposent.

Pour s'y retrouver en matière de logique, d'autres langages que les langages courants se révèlent plus qu'utiles… indispensables : ce sont les langages de la logique symbolique. Le plus spontanément accessible de ceux-ci, tout en se montrant très sûr dans son utilisation, est celui qui recourt à des représentations graphiques par des *ensembles*. Ces langages non verbaux permettent de dénouer les enchevêtrements verbaux, ou de les trancher, mais ils sont inhabituels, par là rétifs à l'entendement immédiat (même la représentation par des ensembles demande un certain entraînement mental).

Toutefois, si l'on se donne la peine de s'y arrêter, de l'inspecter et de l'emporter avec soi… le petit bagage technique qui suit s'avérera utile à vie. D'autant plus utile que depuis un siècle la logique et le sens de la logique disparaissent de la société moderne puis post-moderne, et que pour survivre, dans son intégrité et avec dignité, l'individu ne peut plus se fier qu'à sa pensée propre et à son sens autonome du raisonnement – les dirigeants, les institutions, les médias et la populace, quant à eux, bafouant sans vergogne la logique et ses règles.

***

3.

Maintenant, réfléchissons et procédons par ordre.

Si l'on s'intéresse à l'histoire de la pensée, on s'intéressera aux *Premiers Analytiques* (*Analytika protera*), qui sont les fondements de la pensée logique d'Aristote. Un traité dans lequel, pour la première fois dans l'histoire, apparaît la notion de variable.

Néanmoins, la lecture de cet ouvrage, à la fois touffu et austère, n'est pas aisée (et c'est là un euphémisme)… Sa structuration est déroutante par moments, l'échaffaudage est bancal par endroits, le texte est souvent embrouillé, la cohérence interne parfois défaillante. En outre, le traité est extrêmement pauvre en exemples et les rares qu'on trouve sont plutôt compliqués, ou exprimés elliptiquement… ils n'éclairent que chichement. Aussi, malgré l'effort didactique d'Aristote (car on discerne l'effort du maître), et différemment en cela de ses autres ouvrages… dans l'ensemble on dirait un empilement de vieux os desséchés. Un empilement agencé, certes… mais d'une façon peu évidente – on discerne mal le squelette.

Peut-être, sans doute, sûrement le traité, tel qu'il nous est parvenu, a-t-il au cours des siècles été déformé par les multiples copies imparfaites de copies imparfaites (ne serait-ce que par le mélange des chapitres, ou par des changements de mots, mais aussi par la disparition de phrases, ou de passages entiers, ou encore par l'adjonction de phrases qui n'étaient pas d'Aristote – des phrases ajoutées afin de clarifier les choses… mais les embrouillant encore plus).

Cela étant, le philosophe s'exprime de telle manière que le lecteur (moderne) visualise assez naturellement des ensembles, en parallèle aux propositions catégorielles et logiques qui sont verbalement énoncées.

Mais peut-être pas seulement le lecteur moderne. Selon toute vraisemblance, la représentation par des ensembles (susceptibles d'inclusion et d'intersection) est une pratique intellectuelle inventée et réinventée – au cours de l'histoire elle s'est plusieurs fois perdue suite à des déclins civilisationnels, pour reparaître ici ou là. Aussi imagine-t-on volontiers, sans crainte d'anachronisme, l'enseignant et didacticien dessinant de son bâton des cercles ou des ellipses dans la poussière du sol, au cours des promenades durant lesquelles il instruisait ses élèves et ses auditeurs.

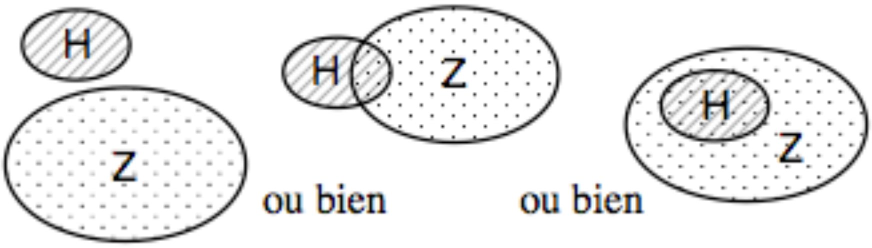
En effet, la structure de nombreux raisonnements peut se comprendre plus facilement par le biais d'ellipses se croisant ou se contenant l'une l'autre [7]. Le langage des ensembles est direct, très parlant (si l'on peut dire) sur le plan visuel. Aussi commencerons-nous dans ce langage chaque nouvelle ligne de pensée sur le thème de la logique.

***

4.

Avant de passer aux structures logiques que l'on peut former avec un trio d'ensembles, Aristote expose les trois structures possibles pour une *paire* de ceux-ci.

Voici les trois structures *binaires* en question :



Diagr. 1. Les trois structures possibles pour une paire d'ensembles (l'ensemble H est hachuré, l'ensemble Z est couvert de pointillés) : ensembles disjoints (exclusion), ou bien intersection non vide, ou bien inclusion.

À titre d'exemple illustratif, Aristote déclare, au 2e chapitre des *Premiers Analytiques* : « Il n'est pas vrai que chaque animal (*zôon*) se révèle un être humain (*anthropos*), mais il est vrai que chaque être humain se révèle un animal. »

Cette phrase d'Aristote contient deux propositions (ou assertions) binaires.

La première, qui consiste en une négation de proposition (ce qui ne constitue pas exactement une proposition négative, ou de négation [8]), malgré les apparences n'est pas très précise. Elle exclut que Z, l'ensemble des animaux, ou entités zoologiques, puisse être contenu dans H,

---

[7] Il serait invraisemblable qu'Aristote dessinât autrement que très bien ses cercles et ses ellipses… mais notons, s'agissant ici de logique et non de géométrie, que les ellipsoïdes représentant des ensembles peuvent être très approximatifs, voire biscornus. Des “ patates ”, comme on disait lorsque les maths modernes furent introduites dans l'enseignement scolaire français, à la fin des années soixante – ou des “ patatoïdes ”, comme on dira par plaisanterie au second degré.

[8] ‘ Les animaux ne sont pas des êtres humains ’ ou, de façon équivalente, ‘ Les êtres humains ne sont pas des animaux ’, seraient des propositions négatives – toutes deux correspondant à la première structure du diagramme 1.

l'ensemble des êtres humains, ou anthropoïdes. En cela, elle exprime n'importe laquelle des trois structures du diagramme 1 ci-dessus [9].

La seconde proposition, qui est affirmative et précise, exprime la troisième structure dans ce diagramme 1. L'ensemble H des êtres humains est inclus, ou est contenu, dans l'ensemble Z des animaux.

Il convient de noter que, dans le cadre des *Analytiques* d'Aristote, les catégories « animal » et « humain » ne doivent pas être comprises au sens figuré (ce sens-là, concernant la relation d'antonymie morale et mentale entre ‘ la bête ’ et ‘ l'homme ’, est traité par l'auteur dans d'autres ouvrages), mais au sens zoologique : « S'il n'est pas vrai que chaque entité zoologique (*zôon*) se révèle un anthropoïde (*anthropos*), en revanche il est vrai que chaque anthropoïde se révèle une entité zoologique. »

Les êtres humains appartiennent au règne biologique des animaux, ils ne sont pas des pierres, des champignons ou des plantes… ni des anges ou des dieux, d'ailleurs.

Cet exemple profond n'avait pas été sélectionné au hasard par le naturaliste et pédagogue qu'était Aristote… L'objectif était d'étonner les étudiants en les gênant dans leurs schémas mentaux établis, par là de capter leur attention. Déjà que les notions de biologie et de zoologie leur étaient, le plus souvent, tout à fait étrangères… Mais, en plus, dans la langue grecque le terme *zôon* n'était pas uniquement perçu comme désignant une entité zoologique – il l'était plutôt à l'instar du mot *animal*, en français, un mot à géométrie variable, assez polysémique.

Aussi la plupart d'entre eux avaient-ils à l'esprit, sans doute, la première structure catégorielle du diagramme 1 ci-dessus, celle de l'exclusion (ensembles disjoints), jugeant que les êtres humains n'étaient en aucune façon des animaux… et inversement. Ou alors la deuxième structure, celle de l'intersection : certains animaux sont des humains (mais pas des Grecs, bien entendu) et certains humains sont des animaux… mais pas les Grecs.

En tout cas n'avaient-ils pas à l'esprit la troisième structure binaire.

Clarifions un point : Aristote traite longuement, dans ses *Analytiques*, des propositions négatives ou d'exclusion, ainsi que des propositions partielles, contingentes ou circonstancielles, mais, afin de ne pas alourdir le propos, nous ne le ferons que peu ici – juste ce qu'il faut, en matière de négation, pour comprendre le syllogisme d'exclusion (une fois que nous aurons bien compris la structure du syllogisme d'inclusion). L'étude approfondie de la négation et de ses conséquences en logique, ainsi que des notions de contingence, n'est pas indispensable pour comprendre la structure générale du syllogisme.

***

5.

Ayant levé un coin du voile sur la représentation par des ensembles, venons-en aux formulations plus verbales en matière de logique.

---

[9] Aristote utilisait la lettre A pour *anthropos* (être humain, en tant qu'anthropoïde) et la lettre B pour *zôon* (animal, en tant qu'entité zoologique). Toutefois, afin d'éviter une dissonance cognitive qui serait plus contre-productive que subtilement didactique, nous avons préféré ne pas utiliser ici une lettre A pouvant être spontanément associée à *animal* plutôt qu'à *anthropos* ; aussi avons-nous choisi la lettre H, comme humain, le genre *Homo*. Il fallait ensuite, de préférence, une lettre située après H dans l'alphabet : nous avons choisi Z, comme *zôon*, entité zoologique.

Pour cela, nous commençons avec les *Premiers Analytiques*[10].
Dans le chapitre introductif, Aristote énonce :

« Qu'un terme soit inclus dans un autre comme dans un tout revient à dire que ce dernier est affirmé de tout le premier. »

Le traité entier est de la même veine – et c'est là une de ses phrases les plus simples.

À première vue, cela ne paraît pas entièrement simple… À deuxième vue… c'est encore plus complexe qu'il n'y paraît, c'est même assez subtil, dans sa concision.

La raison principale : le terrain verbal est, disons… mouvant. D'une façon générale, mais aussi d'une façon particulière. En effet, chez Aristote, dont il faut bien comprendre que l'enseignement était *d'abord* verbal, et qu'il enseignait en marchant, le mot « terme » se réfère tantôt à un ensemble, désigné par un substantif plus ou moins précis. Tantôt à une qualité, ou une propriété, ou une caractéristique, désignée, en général, par un qualificatif… qui peut être substantivé. Tantôt encore le mot se réfère à un *élément* d'un ensemble (un objet, un être), c'est-à-dire un substantif, là aussi.

Dans cette phrase d'Aristote, le mot « terme » doit se comprendre dans le sens de désignant un ensemble… mais aussi dans le sens de désignant une caractéristique ! En effet, si un ensemble s'écrit avec une majuscule, et une caractéristique avec une minuscule, alors on peut élaborer cette définition essentielle de la façon suivante :

Qu'un terme [H] soit inclus dans un autre [Z] comme dans un tout revient à dire que ce dernier [z] est affirmé de tout le premier [H].

On aura bien noté que nous avons représenté le second ‘ z ’ par une minuscule, car dans cette partie de son énoncé Aristote évoque la notion de terme comme une caractéristique… alors qu'ailleurs dans son énoncé il s'agit d'ensembles (en majuscules, ‘ Z ’ et ‘ H ’).

Nous y reviendrons. Nous n'allons esquiver ni la nuance philologique, ni la difficulté logique… mais, en découvrant la formulation d'Aristote, on aura peut-être déjà compris pourquoi, malgré notre profond respect pour les fondations verbales de l'histoire de la pensée, nous avons préféré, ici, *commencer* par des diagrammes d'ensembles, un crayon à la main et de nombreuses pages blanches à disposition. Pour faire efficacement et rigoureusement de la logique, les langues parlées sont le plus souvent un peu trop floues… ou alors un peu trop subtiles… Même ces langues taillées pour l'intelligence que sont le grec ancien et le français se conjuguent difficilement, ou de façon alambiquée, avec les nécessités de la logique.

---

[10] *Caveat…* Il est évident que même le manuscrit le plus ancien des *Premiers Analytiques*, en grec, se trouve l'aboutissement d'une longue chaîne de transcriptions, qui vraisemblablement ont causé des erreurs de copies et la perte de l'ordre original des différentes parties du traité. Le chaos s'étant inséré dans le texte qui nous est parvenu, les problèmes inhérents au traité d'Aristote ne peuvent pas avoir été entièrement résolus même par les plus fins et les plus logiciens des philologues, ceux-là qui étaient capables d'une interprétation intelligente du texte (les traductions inadaptées, voire ineptes, n'ayant de leur côté qu'ajouté à la confusion). Cela étant, malgré quelques bizarreries, malgré le chaos, malgré les erreurs de transcription et les fautes de traduction, le contenu de ce texte étonnant se révèle juste ou plutôt juste, en règle générale. Aussi, depuis vingt-trois siècles et plus, cet écrit fondateur mérite-t-il d'être méthodiquement déchiffré… mais cela requiert beaucoup de patience et une attention soutenue.

On s'en rendra mieux compte en découvrant ci-dessous une table de correspondance, qui énonce différentes formulations verbales pour la structure binaire de l'inclusion / implication (la troisième structure représentée dans le diagramme 1), et pour chacune de celles-ci sa correspondance symbolique.

Dans cette table, où nous faisons l'ellipse des mots *ensemble*, *élément*, *qualité*, *propriété* et *caractéristique*, ainsi que des éventuels articles définis (*le*, *la*) ou indéfinis (*un*, *une*) [11], H et Z représentent deux ensembles (les majuscules sont de tradition lorsqu'on évoque des termes comme des ensembles). Par exemple, ‘ H fait partie de Z ’.

De leur côté, h et z représentent deux qualités, ou propriétés, ou caractéristiques, permettant de catégoriser des êtres ou des objets. Par exemple, ‘ z est inhérent à h ’. En langage propositionnel les lettres minuscules (h et z) sont préférables [12] pour désigner les qualités, caractéristiques ou propriétés attachées aux différents termes des propositions attributives.

C'est relativement clair à ce stade, mais il y a une petite difficulté dans la représentation symbolique, dont il importe d'être conscient : les éléments d'un ensemble sont *aussi* désignés d'une minuscule (h et z), *à l'instar des caractéristiques*. Cela peut être une source de confusion intellectuelle. Dans la formulation verbale toutefois, lorsqu'un terme est précédé de l'adjectif et déterminant indéfini ‘ tout ’ on est en présence d'un élément (une seule fois par formulation). Par exemple, ‘ z est inhérent à tout h ’. Lorsque cet adjectif est absent (comme dans l'exemple ci-dessus) la lettre minuscule désigne une qualité / propriété / caractéristique.

Il ne faut pas se laisser impressionner par l'étendue de la table (elle a vingt-deux entrées), qui n'est due qu'à la richesse de la langue française et à la grande variété des formulations verbales (il y en a 70 ici, une entrée pouvant contenir jusqu'à six formulations)… car le principe sous-jacent est plutôt simple : c'est essentiellement une affaire d'appartenance.

Comme exemple d'un couple de termes, on peut, en parcourant cette table de correspondance, garder à l'esprit celui donné par Aristote au début de ses *Premiers Analytiques* et remplacer la caractéristique (ou l'élément) h, ou l'ensemble H, par ‘ humain, êtres humains, anthropoïdes ’, la caractéristique (ou l'élément) z, ou l'ensemble Z, par ‘ animal, animaux, règne animal ’ (respectivement *anthropos* et *zôon*, en grec).

On peut aussi, dans un tout autre registre, avoir à l'esprit ‘ la justice ’ pour h ou H, ‘ la raison ’ pour z ou Z (pour certaines des formules verbales, la gestion mentale du genre féminin change un peu la perception intellectuelle).

---

[11] Mais où nous ne faisons pas l'ellipse de l'article partitif ‘ *du* ’.

[12] Et usuelles depuis un demi-siècle, du moins dans les ouvrages de logique les plus didactiques, ceux qui ne se donnent pas des allures de manuels de programmation informatique de l'époque héroïque du COBOL, du BASIC ou du FORTRAN IV.

H fait partie de / appartient à Z	$H \subset Z$
Z inclut / contient / comprend H	$Z \supset H$
H est inclus / contenu / compris dans Z	$H \subset Z$
il n'y a pas / il n'existe pas de H en dehors de Z	$H \subset Z$
il n'y a pas / il n'existe pas de h sans z	h ==> z
(tout) h est (fait de) z	h ==> z
(tout) h renferme du z	h ==> z
(tout) h inclut / contient / comprend du z	h ==> z
du z est inclus / contenu / compris dans (tout) h	z <== h
z est inhérent à (tout) h	z <== h
h relève de / ressortit à z	h ==> z
il faut z pour (tout) h	z <== h
(tout) h implique / entraîne z	h ==> z
z est impliqué / entraîné par (tout) h	z <== h
z est affirmé / prédit de (tout) h	z <== h
z (s'applique / est vrai) si h (s'applique / est vrai)	z <== h
h (s'applique / est vrai) seulement si z (s'applique / est vrai)	h ==> z
si h (s'applique / est vrai), alors z (s'applique / est vrai)	h ==> z
(tout) h nécessite z	h ==> z
z est nécessité par (tout) h	z <== h
z est nécessaire à / pour (tout) h	z <== h
h suffit / est suffisant pour z	h ==> z

Table de correspondance entre la logique verbale et la logique symbolique, pour les propositions binaires (i.e. reliant deux termes) dont la relation logique entre les deux termes est d'implication / inclusion. Les termes représentant des ensembles sont en majuscule (H, Z) ; ils sont en minuscule (h, z) lorsqu'ils représentent des qualités, ou des propriétés, ou des caractéristiques, ou encore des éléments.

D'autres formulations verbales existent ou sont envisageables [13] (avec circonspection, toutefois [14] ; cf. *infra* pour une difficulté, langagière et intellectuelle, à laquelle on se trouve confronté avec certaines des formulations d'Aristote)… mais on aura saisi l'essentiel avec cette table.

On remarque que les formulations verbales neuf à douze (entrées quatre et cinq) sont des négations de proposition, les seules négations de ce genre que nous nous soyons permis ici, car ce sont des formulations très classiques depuis l'introduction des maths modernes dans les années 1960 et on aurait été rendu perplexe de ne pas les trouver.

---

[13] Tant que le verbe n'est pas symbolisé, nous estimons que la formulation reste essentiellement verbale, même si, pour représenter les termes ou les ensembles, c'est-à-dire les sujets verbaux et leurs attributs, elle use de variables symbolisées par des lettres – une invention d'Aristote, qui sera peu adoptée de son temps mais qui se révélera féconde par la suite dans le développement de la logique et des sciences.

[14] Ainsi, en adjoignant le verbe *doit* à d'autres verbes de cette table, dans des formules telles que ‘ doit appartenir à ’, ‘ se doit d'être inclus dans ’, ‘ doit contenir ’, ‘ doit comprendre ’. Cette adjonction peut créer une certaine confusion quant au sens logique exact de la formulation, comme on pourra le constater dans un exemple ci-après, et dans un autre exemple à la 1e étape de la promenade suivante.

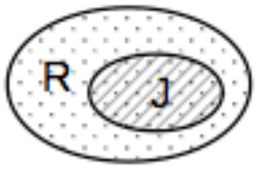
En définitive, on constate qu'il n'y a que quatre symboles relationnels remplissant des fonctions de connecteurs logiques (‘ ⊂ ’ et ‘ ==> ’, plus leur inversion ‘ ⊃ ’ et ‘ <== ’), pour quatre formules de propositions logiques (‘ h ==> z ’ et ‘ H ⊂ Z ’, plus leur inversion ‘ z <== h ’ et ‘ Z ⊃ H ’).

Alors qu'il y a 70 formulations verbales dans cette table (pourtant les articles définis et indéfinis en sont absents, et nous nous sommes limités au strict minimum pour les négations de proposition)… par exemple la onzième : *il n'y a pas de ‘ h ’ sans ‘ z ’.*

On constate aussi qu'il n'y a, si l'on peut dire, que dix formulations verbales pour les deux formulations symboliques se faisant dans le langage des ensembles (avec les connecteurs binaires ‘ ⊂ ’ et ‘ ⊃ ’)… alors qu'il y en a soixante (rien que dans cette table) pour les deux formulations symboliques se faisant dans le langage de la logique propositionnelle – un langage symbolique dont la traduction verbale se révèle ainsi très polymorphe (il est en outre assez protéiforme dans ses symboles, nous ne présentons pas les autres formes des connecteurs ‘ ==> ’ et ‘ <== ’).

Nous estimons que c'est là une bonne raison pour formuler, autant que possible, une proposition logique *d'abord* dans le langage des ensembles – un langage symbolique clair et direct dans lequel la proposition s'exprime visuellement, en plus de symboliquement et de verbalement.

À titre d'exemple illustratif, voici ce que cela donne avec ‘ la justice ’ pour h ou H, ‘ la raison ’ pour z ou Z :



Diagr. 1'. En entendant “ la justice appartient à la raison ”, on visualise un ensemble Justice J (en hachuré) contenu dans l'ensemble Raison R (couvert de pointillés).

La formule *appartient à* (dans la première entrée de la table ci-dessus) présente l'avantage de s'appliquer sans trop d'ambiguïté à des ensembles, tout en laissant la porte ouverte à des qualités / propriétés et à des éléments d'ensembles. Ainsi, en entendant “ la justice appartient à la raison ”, on visualise un ensemble Justice contenu dans l'ensemble Raison, mais aussi que tout élément de la Justice doit porter la qualité de raison.

En d'autres mots : il n'y a pas de justice sans raison, ou bien, la justice ressortit à la raison, ou encore, la justice relève de la raison (ces trois formules verbales se trouvent dans la table).

On s'y retrouve bien. Ce n'est pas entièrement simple, toutefois, sur le plan langagier… En effet, le verbe *appartenir* n'étant pas transitif direct, donc ne connaissant pas la voix passive, on ne peut pas dire en français que quelque chose ‘ est appartenu par / dans ’ autre chose.

D'un autre côté, en une phrase assez élaborée car adjoignant deux verbes dont le premier n'est pas un auxiliaire, une phrase qui a de l'allure mais qui n'est pas évidente d'emblée, on peut dire, éventuellement : “ la raison doit appartenir à la justice ”, ou encore “ la raison doit appartenir à toute justice ” (nous n'avons pas présenté ce genre de construction verbale dans la table ci-dessus).

La table ci-dessus mérite quelques commentaires supplémentaires. Cela étant, si l'on ne s'intéresse pas particulièrement aux problèmes langagiers et linguistiques, ou si l'on maîtrise bien la langue, on peut directement passer à la 7e étape de cette promenade syllogistique.

On aura noté l'asymétrie linguistique entre le verbe transitif direct *nécessiter* (qui peut se mettre au passif, *être nécessité par*, une formule verbale qui a la même structure que la locution *être nécessaire à / pour*)… et le verbe *suffire*, qui n'est pas transitif direct et ne connaît pas la voix passive : en français, on ne peut pas dire que quelque chose ‘ est suffi par ’ autre chose (la locution *être suffisant pour* se révèle une formule ayant la même structure que la voix active, *suffire pour*). Ce n'est pas trivialement évident et cela exige une certaine gymnastique mentale pour s'y retrouver.

Ce n'est pas tout. *Caveat*, la langue est (un peu) traître, en plus de subtile…

Commençons par rendre le lecteur attentif à une difficulté pratique à propos du verbe *inclure* : une seule lettre distingue son indicatif présent *inclut* de son participe passé masculin *inclus*, et les deux formes verbales se prononcent de la même façon.

Puis nous le rendons attentif à une difficulté langagière plus fondamentale.

À la troisième entrée de la table ci-dessus, on lit ‘ H est inclus / contenu / compris dans Z ’, ce qui se symbolise par ‘ $H \subset Z$ ’: l'ensemble H se trouve à l'intérieur de l'ensemble Z. La première lettre de ‘ contenu ’ et de ‘ compris ’ présente l'avantage de ressembler au symbole relationnel ‘ $\subset$ ’ des ensembles, ce qui facilite un peu les choses. D'autre part on comprend sans peine qu'en passant de la voix passive à la voix active il faille inverser les deux termes, ‘ Z inclut / contient / comprend H ’, ce qui se symbolise tout simplement par ‘ $Z \supset H$ ’ (la deuxième entrée).

Aux huitième et neuvième entrées, qui concernent non pas des ensembles mais des qualités / propriétés / caractéristiques, ou encore (lorsqu'un terme est précédé de l'adjectif ‘ tout ’) des éléments, le langage symbolique exprime essentiellement la même chose qu'aux troisième et deuxième entrées : ‘ h ==> z ’ (pour ‘ $H \subset Z$ ’) et ‘ z <== h ’ (pour ‘ $Z \supset H$ ’). En revanche, sur le plan verbal, il semblerait que la voix active à la huitième entrée tienne un propos en contradiction avec celui de la voix active à la deuxième entrée : ‘ (tout) h inclut / contient / comprend du z ’ (alors qu'on a ‘ Z inclut / contient / comprend H ’)… et que la voix passive à la neuvième entrée tienne un propos en contradiction avec celui de la voix passive à la troisième entrée : ‘ du z est inclus / contenu / compris dans (tout) h ’ (alors qu'on a ‘ H est inclus / contenu / compris dans Z ’). En réalité il n'y a pas de contradiction – ce n'est pas là une aberration… mais une subtilité de la langue liée à la présence de l'article partitif ‘ *du* ’ (qui peut se trouver élidé toutefois, ce qui ne facilite pas les choses).

Une dernière remarque quant à la table ci-dessus. Les formulations de la plupart des entrées sont enseignées à l'école depuis plus d'un demi-siècle, depuis l'introduction des maths modernes dans les années 1960, on en a été imprégné. Ce n'est pas le cas des formulations verbales de la quinzième entrée, fréquentes chez Aristote : ‘ z est affirmé / prédit de (tout) h ’ (cf. la formulation présentée dans l'incipit de la 8e étape). Elles sont toutefois suffisamment semblables à celles de la quatorzième entrée (‘ z est impliqué / entraîné par (tout) h ’) pour qu'elles ne présentent aucune difficulté cognitive particulière.

En revanche, il existe dans les *Analytiques* une variante, ‘ z est affirmé / prédit de *tout le* H ’ (avec l'adjectif ‘ *tout* ’ suivi de l'article défini ‘ *le* ’ ; cf. la phrase présentée dans l'incipit de cette 5e étape) qui se révèle un peu plus difficile à gérer mentalement pour un lecteur moderne. En effet, si le terme ‘ z ’, par le fait du verbe ‘ est affirmé ’ (‘ est prédit ’), s'y trouve bien à l'instar d'une qualité propositionnelle… le second terme, par le fait de ‘ tout (le) ’, ‘ le ’ étant parfois élidé, rend la perception intellectuelle plus mouvante, plus instable – car ce n'est pas une qualité propositionnelle. Pour ‘ de tout […] ’, on saisit qu'il s'agit de ‘ h ’ en tant qu'élément, signifiant par là : *de chaque h*, *de n'importe quel h* (comme dans ‘ z est impliqué / entraîné par tout h ’). Pour ‘ de tout le […] ’, on comprend par contre qu'il s'agit de l'ensemble ‘ H ’, signifiant par là : *de l'ensemble H (des h)*, *de H dans son ensemble*, *de H dans son entièreté / intégralité*. Un tel mélange terminologique peut engendrer un redoutable flou cognitif, si l'on n'y prend pas garde on peut se perdre… et trébucher au premier obstacle.

Suite à cette petite série de mises au point, notons, en passant, que la formulation symbolique permet de saisir plus facilement une notion cognitive essentielle, dont nous aurons tantôt besoin – l'équivalence logique.

Une *condition nécessaire* (z) est une condition requise pour valider une autre condition (h, qui ne peut pas être vrai si z est faux ou ne s'applique pas), mais ne la validant pas pour autant, à elle seule. (Tout) h nécessite z, il n'y a pas de h sans z, h n'est pas possible sans z. z <== h , z est impliqué par h.

Alors qu'une *condition suffisante* (h) garantit la véracité d'une autre condition (z) et l'existence de tout ce que cette dernière représente ou prédit. Si h (est vrai), alors z (s'applique / est vrai). h ==> z , h implique z.

Cette double notion philosophique peut se résumer ainsi : l'ensemble Z contient l'ensemble H.

Selon l'exemple d'Aristote, être biologiquement un animal (Z, *zôon*) s'avère une condition nécessaire pour constituer un être humain (H, *anthropos*)… et se révéler un être humain s'avère une condition suffisante pour biologiquement être un animal.

Corollairement, si tous les éléments d'un ensemble, et eux seulement, présentent à la fois les propriétés d et f… alors celles-ci sont *équivalentes*, ou *logiquement équivalentes* : la condition d est nécessaire et suffisante pour f, la condition f est nécessaire et suffisante pour d, chacune implique l'autre (d <==> f , d est vrai *si et seulement si* f est vrai – et vice-versa). *Il faut et il suffit* que d soit vrai pour que f soit vrai, et inversement. En fait il n'y a qu'un seul ensemble et celui-ci peut être désigné aussi bien par D que par F (car D contient F et F contient D) [15].

***

[15] L'équivalence logique s'exprime en équivalences catégorielles. Par exemple, la capacité de lactation s'est révélée une caractéristique très sûre en systématique : toutes les espèces animales, sans exception, dont certaines femelles peuvent allaiter sont des mammifères ; en outre, toutes les espèces de mammifères ont des femelles capables d'allaiter. La capacité de lactation est ainsi une condition nécessaire et suffisante pour l'appartenance à la catégorie zoologique des mammifères : il faut et il suffit qu'une espèce animale allaite ses petits, à l'un ou l'autre stade de leur développement, pour qu'elle soit mammalienne. Sur le plan pratique, si l'on a pu déterminer, grâce à d'autres caractéristiques très sûres, par exemple la pilosité, ou encore un néocortex à six couches, qu'un vertébré est un mammifère, alors on sait que, cachée quelque part, une femelle de cette espèce est en train d'allaiter ses petits… ou alors qu'elle le fera à la saison de reproduction.

6.

Intéressons-nous maintenant à l'analyse grammaticale d'une proposition verbale logique ou catégorielle, binaire.

Reprenons l'exemple aristotélicien : *L'(être) humain (H,* anthropos*) est animal (Z,* zôon*)*, ou *Un (être) humain est un animal*, ou *Chaque humain est animal* [16]. $H \subset Z$. Ou encore, h ==> z.

Par cet exemple, on constate qu'une proposition logique de base, ou catégorielle, est verbalisée (explicitement ou implicitement) en trois parties et présente, normalement (du moins en grec et en français), la structure ternaire suivante : sujet verbal ' h ' + verbe attributif (verbe d'état) + attribut ' z '.

Soit :

– un terme catégoriel ou d'identité remplissant la fonction de sujet verbal (ici : h, *humain*) ;

– un et un seul verbe attributif ou prédicatif (typiquement le verbe d'état *être*, mais aussi, comme on l'a vu plus haut, *se révéler*, ou encore *s'avérer*, *se trouver*, *se montrer*, *s'affirmer*, *constituer*, *consister*, *être considé comme*…) ;

– enfin un attribut (un terme catégoriel, ici : z, *animal* ; le verbe et son attribut forment ensemble un prédicat).

Le sujet, comme l'attribut, peut être un substantif (un nom propre ou un nom commun, ou un pronom, par exemple *je*), un adjectif substantivable (en grec et en français, les mots *anthropos* / *humain* et *zôon* / *animal* sont à la fois adjectif et substantif), ou encore un verbe substantivable (par exemple *l'être*, *un être*).

Par ailleurs, l'attribut peut être énoncé avant le sujet : *Animal est chaque humain* (en français, comme en grec, cet ordre inhabituel répond à des besoins oratoires, ou relève de l'expression poétique).

Autrement, le verbe attributif peut être élidé (*Animal humain*), ou venir en première position (*Est animal chaque humain*)… ou encore en troisième et dernière position (par exemple en allemand).

Quoi qu'il en soit des subtilités verbales et linguistiques, l'essentiel, d'un point de vue logique, est qu'en présence d'un verbe attributif ou prédicatif, que celui-ci soit explicite ou implicite, l'ensemble-sujet ' H ' se trouve toujours contenu à l'intérieur de l'ensemble-attribut ' Z '. $H \subset Z$. Et cela, quelles que soient les positions respectives du sujet et de l'attribut à l'intérieur de la phrase attributive.

***

7.

Continuons la promenade. Suite à nos premières étapes du côté du monde de la logique pour une paire d'ensembles ou de termes, nous pouvons maintenant aborder, d'un pied plus assuré, le monde du syllogisme, qui concerne un *trio* de termes et une *triade* de propositions binaires.

Dans cette étape, nous traiterons de la traduction, en langage des ensembles ainsi qu'en langage propositionnel symbolisé, des trois propositions binaires qui sont énoncées en association

[16] Pour rappel (cf. la 4e étape), Aristote déclare, au 2e chapitre des *Premiers Analytiques* : « Il n'est pas vrai que chaque animal (z, *zôon*) se révèle un être humain (h, *anthropos*), mais il est vrai que chaque être humain se révèle un animal. »

lors de la génération verbale d'un syllogisme. De cette façon, nous serons progressivement menés au concept de structure syllogistique, un concept qui s'est révélé crucial pour le développement de la pensée.

Voici la définition générale, d'une clarté exemplaire :

Le syllogisme est un raisonnement où, certaines choses étant prouvées, une chose autre que celles qui ont été accordées se déduit nécessairement des choses qui ont été accordées. – Aristote, *Premiers Analytiques*, introduction.

Au cours de la promenade, nous verrons qu'un syllogisme peut être d'inclusion ou d'exclusion. Voici un exemple verbal de trois propositions binaires composant un syllogisme d'inclusion :

“ Les Grecs sont des êtres humains, les êtres humains sont mortels, donc les Grecs sont mortels. ”

On aura noté la présence de la conjonction de coordination *donc*.

Et maintenant, de la méthode.

Soit deux propositions catégorielles de deux termes chacune (à l'instar de la proposition h ==> z ou $H \subset Z$ de la table ci-dessus).

Un des termes, dit *intermédiaire*, est commun aux deux propositions binaires. Cela fait donc trois termes en tout qui, combinés deux à deux, forment les trois parties d'un syllogisme.

Abstenons-nous, pour le moment, de symboliser les termes, afin d'avoir l'esprit entièrement tourné vers la structure logique elle-même.

Trois cas de figure se présentent lorsque les deux propositions binaires sont d'inclusion, ou d'implication.

1. Le terme commun (intermédiaire) est une fois impliqué / contenant, une fois impliquant / contenu :

… ==> … ==> …

… ⊂ … ⊂ …

Dans ce cas de figure, les deux propositions associées sont appelées *prémisses* (successivement, ici, la *mineure* et la *majeure* – ces deux qualificatifs ne sont pas absolus, chacun qualifie une prémisse *relativement* à l'autre prémisse) et l'on est en présence d'un *syllogisme* [17].

---

[17] Dans un syllogisme, la prémisse *mineure* doit exprimer une relation d'inclusion, ou d'appartenance, d'une façon affirmative (non négative). Lorsque les deux prémisses sont affirmatives et d'inclusion, le syllogisme est d'inclusion. Nous découvrirons à la 14e étape le syllogisme d'exclusion, où la prémisse *majeure*, négative et d'exclusion, exprime une relation de complète non-appartenance.

2. Le terme commun est, les deux fois, impliqué / contenant :

… ==> … <== …

… $\subset$ … $\supset$ …

Les deux propositions associées ne constituent *pas* une paire de prémisses et l'on n'est pas en présence d'un syllogisme.

3. Le terme commun est, les deux fois, impliquant / contenu :

… <== … ==> …

… $\supset$ … $\subset$ …

Idem, les deux propositions associées ne constituent *pas* une paire de prémisses et l'on n'est pas en présence d'un syllogisme.

Le premier cas de figure a la particularité de générer, d'une façon nécessaire, une et une seule troisième proposition catégorielle, dont les deux termes sont ceux-là qui n'étaient pas intermédiaires (ceux-là qui n'étaient pas communs aux deux prémisses). Étant nécessaire et unique, cette troisième proposition binaire reçoit le label de *conclusion* et le tout forme un *syllogisme*. Nous y reviendrons en détail à l'étape suivante.

Il n'en va pas de même pour les deux autres cas de figure, qui forment matière à *pseudo*-syllogismes. Plus loin [18], nous étudierons de près ces deux cas de figure pseudo-syllogistiques [19].

En langage logique et mathématique la structure syllogistique, qu'elle soit d'inclusion ou d'exclusion, se formalise ainsi, avec des accolades et des parenthèses :

({prémisse,prémisse},conclusion).

Les *accolades* entourant les deux prémisses signalent que celles-ci constituent une *paire*, i.e. un ensemble à deux éléments (propositionnels, ici) – dans un ensemble, l'ordre de succession des éléments représentés à l'intérieur des accolades n'importe pas sur le plan logique.

Les *parenthèses*, pour leur part, indiquent qu'il y a *couple* et, par là, que la conclusion *doit* se formuler *après* la paire de prémisses (car, dans un couple, l'ordre de succession importe). Le couple logique ainsi formé d'une paire de prémisses et de sa conclusion est appelé *syllogisme*.

Soulignons ce dernier aspect structurel : le trio de propositions binaires ne forme *pas* une liste entièrement ordonnée, soit un triplet (prémisse1,prémisse2,conclusion), dans lequel il y aurait un ordre de succession précis pour les deux prémisses – mais un couple (prémisses,conclusion), dans lequel les deux prémisses forment une paire qui précède, dans la liste, la conclusion logique qui l'accompagne.

Un dernier point, qui découle de ce qui précède : une prémisse doit être réellement binaire en exprimant soit, en une prémisse d'inclusion, une relation d'appartenance stricte (en ce sens

[18] Dans le texte n° 113, « Une promenade langagière autour du syllogisme : syllogisme absurde ».

[19] Dans ce qui suivra, toutes les constructions se donnant des *apparences* de syllogisme (mais qui n'en sont pas) seront désignées sous le nom de *pseudo*-syllogismes.

que l'appartenance à soi-même, une notion triviale car tautologique [20], ne compte pas)… soit, en une prémisse d'exclusion, une relation de non-appartenance (stricte, ou complète, en ce sens que l'appartenance partielle et l'intersection non vide ne conviennent pas à un syllogisme [21]). Sinon, on est en présence d'une pseudo-prémisse.

Il convient d'insister là-dessus, une prémisse d'inclusion ne peut pas légitimement être tautologique et ne doit pas constituer un pléonasme [22], en ce sens qu'elle ne doit pas exprimer une relation d'identité ou d'égalité entre deux termes synonymiques ou quasi-synonymiques… même si, malgré son caractère redondant, la formule oratoire a de l'allure (par exemple, *Les hommes sont des hommes*, ou *Les hommes sont humains*, ou encore *Tous les mortels meurent*). Nous reviendrons à la 5e étape de la promenade suivante [23] aux pseudo-prémisses et pseudo-syllogismes de type tautologique.

***

8.

Le syllogisme est un raisonnement où, certaines choses étant prouvées, une chose autre que celles qui ont été accordées se déduit nécessairement des choses qui ont été accordées. – Aristote, *Premiers Analytiques*, introduction.

Voici la formalisation générale de la structure propositionnelle du syllogisme d'inclusion, les termes cette fois étant désignés :

Si c est affirmé de tout b, et b de tout a, nécessairement (obligatoirement) c est affirmé de tout a. – Aristote, *Premiers Analytiques*, I.4 [24] et I.15.

Il s'agit bien d'un raisonnement – à double charnière et à double articulation. On observe, on déduit, on conclut. On observe A, B et C ; on déduit un lien catégoriel, plus ou moins évident, entre A et B, et un second lien de même nature entre B et C ; on en conclut un troisième lien, moins évident, entre A et C.

---

[20] Une tautologie est une définition répétitive fondée sur le principe d'identité ; du grec *tautologia*, ' qui dit la même chose '. « La tautologie est cette forme dégénérée de la liaison qui demeure vraie quelles que soient les valeurs de vérité des propositions qu'elle combine ; la proposition « p ou non p », par exemple, est vraie indépendamment de tout constat, puisqu'elle l'est pour p vraie comme pour p fausse. » – Encyclopédie universelle, tome 16 (1973), p. 997.

[21] Une prémisse ne peut pas exprimer une relation d'intersection (au sens strict du terme, l'appartenance et l'exclusion n'étant pas considérées, dans ce cadre syllogistique, comme des formes d'intersection – si une intersection correspond à l'entièreté d'un ensemble, alors celui-ci est contenu dans l'autre, c'est une relation d'inclusion ou d'appartenance, et si l'on dit d'une intersection qu'elle est vide, c'est qu'il n'y a pas d'intersection en fait, c'est une relation d'exclusion).

[22] Du grec *pleonasmos*, ' surabondance, excès '.

[23] Le texte nº 113, « Une promenade langagière autour du syllogisme : syllogisme absurde ».

[24] Les lettres désignant les trois termes propositionnels sont arbitraires, nous les avons choisies de façon à ce qu'elles génèrent le moins possible de parasites cognitifs. Il semble naturel que la lettre ' b ' désigne le terme intermédiaire au sein d'un trio a, b, c… et dans cette nouvelle citation d'Aristote nous avons interverti le ' c ' et le ' a ' originaux, afin que, à l'instar de son exemple anthropologique et zoologique (cf. *supra* la première citation, à la 4e étape), l'ordre alphabétique corresponde à l'ordre d'inclusion ou d'appartenance ; ainsi, l'ensemble A est ici l'ensemble contenu dans le tout, l'ensemble contenant le tout étant désigné par la lettre C.

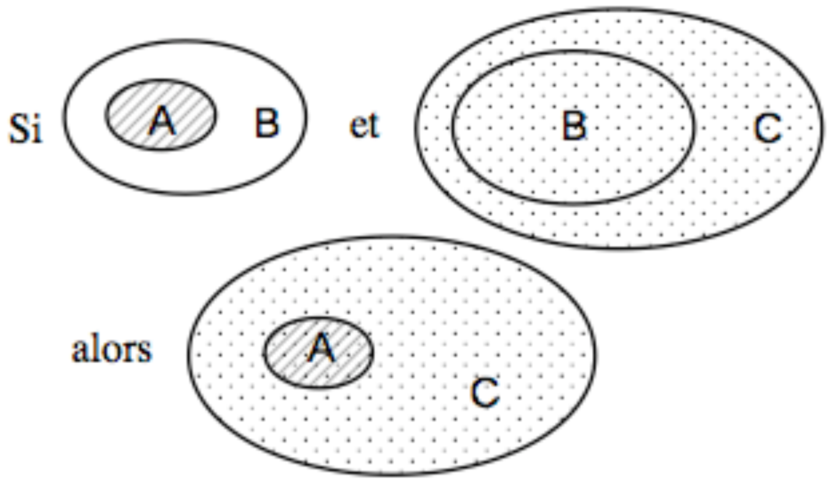
Voici comment on peut symboliquement représenter cette formalisation générale d'Aristote, en trois propositions binaires (cf. *supra*, à la 5ᵉ étape, la table de correspondance pour les symboles relationnels ou connecteurs, ainsi qu'une remarque concernant les mots « affirmé » et « tout ») :

Si c <== b et b <== a , alors c <== a .

Ou bien, d'une façon équivalente :

Si a ==> b et b ==> c , alors a ==> c .

Les trois termes (a, b et c – ou A, B et C) et les trois propositions du syllogisme d'inclusion peuvent être représentés par un diagramme en trois parties, formant triptyque ; examinons-le attentivement :



Diagr. 2. Structure d'un syllogisme d'inclusion (trois propositions binaires, d'abord la mineure et la majeure, dont l'ordre de succession peut être inversé, puis la conclusion) : si $A \subset B$ et $B \subset C$, alors $A \subset C$. L'ensemble A est hachuré, l'ensemble C est couvert de pointillés.

Suite à cet examen, on aura peut-être déjà saisi l'essentiel, et le concept de structure syllogistique se présentera plus aisément pour une approche explicite.

On peut d'ores et déjà faire trois observations déterminantes :

– b est le terme clef (c'est-à-dire que B est l'ensemble clef), c'est le terme *intermédiaire*, il fait l'articulation entre les deux prémisses, dans la mineure il est impliqué / contenant, dans la majeure il est impliquant / contenu (pour rappel, les qualificatifs *mineure* et *majeure* ne sont pas absolus, chacun qualifie une prémisse relativement à l'autre prémisse) ;
– l'ordre de succession des deux prémisses n'importe pas sur le plan de la logique, on peut les intervertir sans que cela influence la conclusion ;
– la conclusion logique est une déduction unique et obligatoire, et le terme b (l'ensemble B) n'y apparaît pas.

Lorsque le syllogisme a été annoncé par la conjonction de subordination ‘ si ’, la conclusion doit comprendre l'adverbe de conséquence ‘ alors ’.

Lorsqu'on formule en élidant le ‘ si ’ introductif, l'adverbe de conséquence ‘ alors ’ est remplacé par la conjonction de coordination ‘ donc ’. Le sens reste inchangé.

Au cas où la conjonction de coordination ‘ donc ’ serait élidée à son tour, il y a un code d'énonciation tacite pour tout syllogisme, verbal ou symbolique, alignant ses trois propositions binaires l'une à la suite de l'autre : la troisième proposition se trouvant énoncée constitue la conclusion des deux premières. Ce code a l'avantage de se présenter d'une façon parfaitement naturelle.

On voit par là que la conclusion peut (mais ne doit pas) comprendre la conjonction de coordination ‘ donc ’, quoique la présence de cette conjonction est préférable dans la mesure où elle facilite la compréhension ; étant donné toutefois le code d'énonciation tacite, son élision est admissible et courante [25].

Maintenant, récapitulons et développons.

Pour qu'il y ait syllogisme d'inclusion, il faut que le terme intermédiaire (b) des deux premières propositions binaires soit une fois impliqué / contenant (dans la proposition mineure, ici $a \Longrightarrow b$, $A \subset B$), une fois impliquant / contenu (dans la proposition majeure, ici $b \Longrightarrow c$, $B \subset C$).

En langage propositionnel symbolisé, un syllogisme d'inclusion correct est dès lors constitué des trois propositions suivantes.

Deux propositions attributives associées l'une à l'autre de façon précise dans leurs termes, dans une relation transitive (la paire de prémisses, la mineure et la majeure, leur séquence n'importe pas sur le plan de la logique, seulement sur le plan de l'intelligibilité) :

$$a \Longrightarrow b \ \text{ et } \ b \Longrightarrow c \ ;$$

suivies de la conclusion que l'on doit en tirer, en une déduction unique et obligatoire :

$$\textit{donc} \ \ a \Longrightarrow c \ .$$

[25] En une forme d'élision rhétorique appelée asyndète.

Afin de parachever la récapitulation nous explicitons les différentes variantes d'énonciation, en les présentant côte à côte. Voici donc comment les trois propositions binaires d'un syllogisme d'inclusion se symbolisent et se verbalisent (dans ce sens-là des connecteurs logiques, nous énonçons la mineure avant la majeure afin de rendre plus évident l'agencement des deux prémisses)[26] :

Si $a \Longrightarrow b$ et $b \Longrightarrow c$, alors $a \Longrightarrow c$.

Ou bien (variation verbale),

$a \Longrightarrow b$ et $b \Longrightarrow c$, donc $a \Longrightarrow c$.

Dans le langage des ensembles :

Si $A \subset B$ et $B \subset C$, alors $A \subset C$.

Ou bien (variation verbale),

$A \subset B$ et $B \subset C$, donc $A \subset C$.

D'une façon logiquement équivalente (dans ce sens-là des connecteurs logiques, nous énonçons la majeure avant la mineure afin de rendre plus évident l'agencement des deux prémisses) :

Si $c \Longleftarrow b$ et $b \Longleftarrow a$, alors $c \Longleftarrow a$.

Ou bien (variation verbale),

$c \Longleftarrow b$ et $b \Longleftarrow a$, donc $c \Longleftarrow a$.

Si $C \supset B$ et $B \supset A$, alors $C \supset A$.

Ou bien (variation verbale),

$C \supset B$ et $B \supset A$, donc $C \supset A$.

Maintenant que nous sommes au clair sur ce qu'est, formellement, un syllogisme d'inclusion, revenons à l'exemple présenté au début de la 7e étape :

“ Les Grecs sont des êtres humains, les êtres humains sont mortels, donc les Grecs sont mortels. ”

Remplaçons les sujets et les attributs de son énoncé par des symboles de variables, selon les trois identités suivantes :

a, A = Grecs ; b, B = êtres humains ; c, C = mortels[27].

---

[26] On peut, éventuellement, représenter par des connecteurs logiques symbolisés les petits mots connectant ensemble les propositions, c'est-à-dire la conjonction de subordination *si*, les conjonctions de coordination *et* ainsi que *donc*, enfin l'adverbe de conséquence *alors*… mais cela requiert l'emploi de parenthèses. Par souci de clarté et parce que ce n'est pas utile dans le cadre de notre exposé, nous ne le ferons nulle part.

[27] Rappel : les lettres désignant les trois termes propositionnels sont arbitraires, nous les avons choisies de façon à ce qu'elles entravent aussi peu que possible la compréhension des principes logiques.

On a :

a ==> b et b ==> c (ces deux propositions constituent la prémisse mineure et la prémisse majeure), donc a ==> c (cette dernière proposition constitue la conclusion).

C'est bien un syllogisme d'inclusion et ses trois propositions binaires sont illustrées par le diagramme 2 (cf. *supra*).

***

9.

Peut-on représenter, en une seule formule propositionnelle, les trois propositions binaires d'un syllogisme d'inclusion ? Et en une seule figure, synthétique, les trois ensembles de celui-ci ? Oui, bien sûr, comme nous l'avons esquissé à la 7e étape… mais attention…

Comme nous l'avons vu aux étapes 7 et 8, un syllogisme n'est pas seulement un assemblage de trois propositions binaires impliquant trois termes en tout… Le syllogisme énonce, *en plus*, que la dernière proposition est la conclusion des deux premières, que la conjonction de coordination ‘ donc ’ soit explicite ou non.

Dans une synthèse ternaire qui serait *graphique*, la conjonction ‘ donc ’ n'apparaîtrait pas. Aussi, pour autant qu'une telle formule et qu'une telle figure représenteraient bien trois propositions binaires… il faudrait, de surcroît, qu'elles obéissent à un code, implicite ou explicite, dévoilant laquelle des trois est la conclusion. Voyons cela de plus près.

Voici la synthèse d'un syllogisme d'inclusion, en une seule formule propositionnelle. Cette formule de logique symbolique est relativement complexe, car la proposition, impliquant trois termes à la fois, est ternaire :

a ==> b ==> c ;

ou, de façon équivalente,

c <== b <== a .

Pour que cette formule ternaire soit celle d'un syllogisme d'inclusion, elle doit obéir à un code implicite : la troisième proposition binaire (la conclusion) est celle-là qui relie les deux extrémités (ici, a et c) de la formule ternaire.

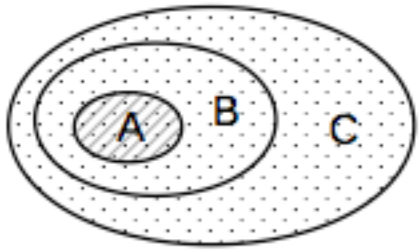
Dans le langage des ensembles, on écrit :

$$A \subset B \subset C \;;$$

ou, de façon équivalente,

$$C \supset B \supset A \;.$$

Cela correspond au diagramme suivant :



Diagr. 2'. Cette représentation par des ensembles constitue la synthèse d'un syllogisme d'inclusion, pour autant qu'elle obéisse à un code implicite : la conclusion est la proposition binaire la moins immédiate, soit $A \subset C$ (ou $C \supset A$). L'ensemble A est hachuré, l'ensemble C est couvert de pointillés.

Le diagramme 2' ci-dessus est évocateur de trois poupées russes emboîtées en gigogne. C'est ce qui frappe le plus, à première vue… mais ce n'est pas toute l'affaire. Là également, pour que cette figure ternaire représente un syllogisme d'inclusion, il y a un code implicite : la conclusion est la proposition binaire la moins immédiate des trois. Selon ce critère, la proposition en question est celle qui implique l'ensemble le plus incluant et l'ensemble le moins incluant, c'est-à-dire C et A. En effet, séparant visuellement ces deux ensembles l'un de l'autre (plus précisément, séparant l'ensemble A de la partie de C qui n'est pas A, mais ni B non plus), se trouve une partie de l'ensemble intermédiaire, B.

La présence d'un code implicite représente une petite difficulté, elle mérite qu'on s'y attarde. Nous avons vu, à la 8e étape, que pour tout syllogisme, verbal ou symbolique, alignant ses trois propositions binaires l'une à la suite de l'autre, il y a un code d'énonciation tacite en cas d'ellipse de la conjonction de coordination ‘ donc ’ : la conclusion est la dernière des trois propositions binaires.

Dans une formule ternaire et synthétique la succession de propositions binaires n'est pas rendue de façon explicite, néanmoins il y a aussi un code implicite qui a la même fonction logique que le code d'énonciation en question : les deux premières propositions binaires sont celles impliquant les deux extrémités de chaque flèche logique directement visible (dans notre exemple, les termes a et b pour l'une, b et c pour l'autre)… la troisième proposition binaire, formant conclusion, étant celle qui implique les deux extrémités des deux flèches mises bout à bout (donc les termes a et c : a ==> c , ou de façon équivalente c <== a). Ce code implicite a l'avantage de se présenter d'une façon parfaitement naturelle.

D'une façon équivalente, dans la représentation par des ensembles de la synthèse d'un syllogisme d'inclusion, la conclusion est la proposition mettant en relation l'ensemble le moins incluant (ici, A) avec le plus incluant (C) – c'est là le code implicite.

Pourquoi tant de précautions oratoires ? N'est-il pas trivialement évident que la figure ci-dessus (diagramme 2'), ainsi que la formule ternaire correspondante, suffit à représenter, telle quelle, le syllogisme d'inclusion (avec ses trois propositions binaires) ?

Eh bien, non, il convient d'insister là-dessus, chacune se montre nécessaire si on veut représenter le syllogisme en une seule figure, ou en une seule formule symbolique… mais ne suffit pas. Il doit y avoir, *en plus*, un code, implicite ou explicite, précisant que les deux premières propositions binaires (les prémisses) sont a ==> b et b ==> c ; la troisième, formant conclusion, étant a ==> c . Autrement dit, étant donné la structure logique du tout *et* étant donné la désignation de b comme terme intermédiaire par le code en question, on se trouve, alors et alors seulement, en présence d'une paire de prémisses, d'une conclusion et d'un syllogisme. Même constatation pour la représentation synthétique par des ensembles gigognes.

Dit en d'autres mots : pour que le syllogisme d'inclusion soit entièrement décrit par la figure synthétique du diagramme 2', ou par son équivalent symbolique, il faut, de surcroît, qu'une règle générale en la matière permette de déterminer *a priori* lequel des trois termes ou ensembles apparaît dans les deux premières propositions binaires – pour que ce soit un syllogisme il faut que ce soit l'ensemble à la fois contenant et contenu, B, et si c'est B c'est un syllogisme. Nous verrons à la promenade suivante [28] des structures pseudo-syllogistiques semblables à celle du diagramme 2', mais où le code pour un syllogisme proprement dit n'est pas respecté.

De tout ce qui précède, on aura compris que les lettres désignant les trois termes, en dehors de considérations d'intelligibilité, sont arbitraires. En revanche, c'est une donnée essentielle que, dans cette formule synthétique, les deux flèches relationnelles aillent dans le même sens (deux fois ==> , ou bien deux fois <==). Cette donnée, jointe au code implicite, permet de générer un syllogisme d'inclusion à partir de la formule ternaire

a ==> b ==> c ,
équivalente à
c <== b <== a .

Cette formule sous les yeux, on imagine aussitôt (on peut se référer à la 7e étape) que les deux autres cas de figure envisageables pour une synthèse ternaire de ce genre sont :

a ==> b <== c
ou encore
a <== b ==> c .

Dans chacune de ces deux dernières formules, les deux flèches ont des sens *opposés*. Ces deux cas de figure représentent les *pseudo*-syllogismes d'inclusion.

D'ores et déjà, on constate dans ces deux derniers cas de figure que le terme intermédiaire (ici, b) des deux premières propositions (les *pseudo*-prémisses) se trouve soit les deux fois impliqué / contenant (ce qui correspond à une paire de mineures), soit les deux fois impliquant /contenu (ce qui correspond à une paire de majeures). Au lieu d'être une fois impliqué / contenant (dans la proposition mineure, ici a ==> b, $A \subset B$) et une fois impliquant /contenu (dans la proposition majeure, ici b ==> c, $B \subset C$) – comme c'est le cas dans un syllogisme d'inclusion correct.

Au cours de la prochaine promenade [29] nous étudierons de plus près ces pseudo-syllogismes d'inclusion. Nous constaterons alors que l'on ne peut pas inférer de leur paire de pseudo-prémisses une conclusion proprement dite, c'est-à-dire une déduction unique et obligatoire. Et cela quelle que soit la façon dont on tournerait les pseudo-prémisses.

---

[28] Le texte n° 113, « Une promenade langagière autour du syllogisme : syllogisme absurde ».
[29] Le texte n° 113, « Une promenade langagière autour du syllogisme : syllogisme absurde ».

***

10.

Au cours de cette étape, nous étudierons de près les conditions sous lesquelles un syllogisme d'inclusion peut légitimement être exprimé d'une façon partielle.

Nous avons vu, au cours de la 8e étape, que la conclusion d'un syllogisme d'inclusion est une déduction unique et obligatoire. Il en résulte que la paire de prémisses constitue une condition certes nécessaire, mais aussi suffisante, pour le syllogisme dans son entier – car cette paire et le syllogisme entier sont logiquement équivalents. Autrement dit, la conclusion est logiquement contenue dans la paire de prémisses.

La conclusion allant de soi, elle peut légitimement ne pas être rendue de façon explicite, sans que cela diminue la portée du propos. Par conséquent, si l'on souhaite rester concis, les deux prémisses suffisent pour formuler, d'une façon elliptique néanmoins dénuée de toute ambiguïté, un énoncé de nature syllogistique – elliptique dans le sens que l'énoncé est porteur d'un syllogisme complet, même si partiellement voilé.

Ainsi en est-il de l'énoncé elliptique : “ Les Grecs sont des êtres humains, les êtres humains sont mortels ”.

La conclusion, “ (donc) les Grecs sont mortels ”, s'impose logiquement et va de soi – elle et rien qu'elle.

Pour notre exemple verbal, reprenons les trois identités symboliques présentées à la 8e étape :

a, A = Grecs ; b, B = êtres humains ; c, C = mortels.

Et reformulons, en termes généraux, un syllogisme d'inclusion réduit à ses deux prémisses (on peut se référer au diagramme 2, à la 8e étape *supra*) :

‘ a ==> b , b ==> c ’.

Cette reformulation symbolique le confirme : la conclusion, ‘ (donc) a ==> c ’, s'impose et va de soi, elle et seulement elle. Par conséquent, si l'on souhaite rester concis on peut légitimement en faire l'ellipse après avoir énoncé les deux prémisses.

Cela, c'est le premier cas de figure en matière de concision syllogistique. Il y en a deux autres, dans lesquels la conjonction de coordination ‘ donc ’, ou bien l'adverbe de conséquence ‘ alors ’, joue un rôle subtil mais décisif. Découvrons-les tour à tour.

Deuxième cas de figure en matière de concision syllogistique, deuxième énoncé elliptique néanmoins dénué de toute ambiguïté. Il ne décline que la prémisse majeure et la conclusion : “ Les êtres humains sont mortels, *donc* les Grecs sont mortels. ” Ou encore : “ Si les êtres humains sont mortels, *alors* les Grecs sont mortels. ” La conjonction *donc* et l'adverbe *alors* impliquent, l'un comme l'autre, que l'on a fait l'ellipse d'une prémisse, la mineure en l'occurrence, “ (et si) les Grecs sont des êtres humains ”.

‘ b ==> c , *donc* a ==> c ’.

En raison de la présence de la conjonction de coordination ‘ donc ’, la mineure, ‘ a ==> b’, va de soi sur le plan logique. Par conséquent, dans un esprit de concision on pouvait légitimement en avoir fait l'ellipse.

Troisième cas de figure en matière de concision syllogistique, troisième énoncé elliptique néanmoins dénué de toute ambiguïté. Il ne décline que la prémisse mineure et la conclusion : " Les Grecs sont des êtres humains, *donc* les Grecs sont mortels. " Ou encore : " Si les Grecs sont des êtres humains, *alors* les Grecs sont mortels. " La conjonction *donc* et l'adverbe *alors* impliquent, l'un comme l'autre, que l'on a fait l'ellipse d'une prémisse, la majeure en l'occurrence, " (et si) les êtres humains sont mortels ".

' a ==> b , *donc* a ==> c '.

En raison de la présence de la conjonction de coordination ' donc ', la majeure, ' b ==> c', va de soi sur le plan logique. Par conséquent, dans un esprit de concision on pouvait légitimement en avoir fait l'ellipse.

Continuons notre réflexion sur le thème de l'ellipse en matière de syllogismes.

Si, dans le syllogisme d'inclusion complet " Les Grecs sont des êtres humains, les êtres humains sont mortels, donc les Grecs sont mortels ", on fait l'ellipse de la conjonction de coordination ' donc ', le syllogisme reste complet sur le plan logique, car implicitement la conjonction demeure en place, même si elle est masquée [30]… Cela parce que la règle tacite veut que la troisième proposition binaire n'est pas placée ailleurs qu'en troisième position du triple énoncé, et parce qu'en l'occurrence la logique impose qu'il s'agit d'une conclusion, en une déduction unique et obligatoire.

En revanche, si on supprime cette conjonction ' donc ' du deuxième, comme du troisième énoncé elliptique ci-dessus (le deuxième et le troisième cas de figure en matière de concision syllogistique, ceux-là où l'on a fait l'ellipse d'une des prémisses), ou si l'on supprime de ceux-ci la construction ' si… alors '… on se retrouve avec deux propositions binaires dont l'apposition ne permet de tirer *aucune conclusion particulière*.

En effet, aucune déduction logique ne s'impose ni de la paire de propositions " Les êtres humains sont mortels, les Grecs sont mortels " (ce qui correspond à une paire de mineures [31], ne formant pas prémisses), ni de la paire " Les Grecs sont des êtres humains, les Grecs sont mortels " (une paire de majeures [32], ne formant pas prémisses non plus). On peut certes formuler, pour chacune des deux paires en question, une troisième proposition qui se montrerait compatible avec les deux premières, mais elle ne se révélerait ni obligatoire, ni la seule possible… Par voie de conséquence ce ne serait pas une conclusion proprement dite et l'on ne serait pas en présence d'un syllogisme d'inclusion [33].

Au cours de la prochaine promenade [34] nous reviendrons plus en détail sur ces deux derniers cas, dont on pressent déjà qu'ils doivent amplement fournir matière à pseudo-syllogismes d'inclusion.

***

[30] En une forme d'élision courante en rhétorique, l'asyndète (cf. la 8e étape).

[31] Car l'ensemble commun aux deux propositions énoncées (ici, celui des mortels, C) est, *les deux fois*, contenant (incluant). Alors que, dans un syllogisme d'inclusion (tel que " Les Grecs sont des êtres humains, les êtres humains sont mortels, donc les Grecs sont mortels. "), l'ensemble commun (ici, celui des humains, B) est une fois contenant (dans la prémisse mineure), une fois contenu (dans la prémisse majeure).

[32] Car l'ensemble commun aux deux propositions énoncées (ici, celui formé par les Grecs, A) est, *les deux fois*, contenu.

[33] Autrement dit : pour autant que l'on n'insère pas un ' donc ' intempestif et malvenu, on peut parfaitement créer un assemblage de trois propositions binaires compatibles entre elles mais ne formant pas syllogisme.

[34] Le texte nº 113, « Une promenade langagière autour du syllogisme : syllogisme absurde ».

Cinq siècles après Aristote, à la fin du IIe siècle EC, Sextus Empiricus (Sextus l'Empirique), médecin empirique (c'est-à-dire se guidant d'abord sur l'expérience et l'observation, sans adhérer à un esprit de système) et grand philosophe du scepticisme, donnera, dans ses *Esquisses pyrrhoniennes* [35], deux exemples de « syllogismes appelés catégoriques, dont on se sert surtout dans l'école péripatéticienne » [36] – syllogismes que nous-mêmes désignons sous l'appelation de syllogismes d'inclusion.

« *(Ce qui se montre) juste (se révèle) beau* (kalon)*, le beau (se révèle) bon* (agathon)*, (ce qui se montre) juste* (dikaion) *par conséquent (se révèle) bon.*

[…] Socrate (est un) être humain (anthropos)*, tout être humain (est un) animal* (zôon)*, Socrate par conséquent (est un) animal.* » [37]

Le second exemple deviendra célèbre, peut-être parce qu'il était moins abstrait que le premier, que le rapport d'appartenance biologique des êtres humains à l'ensemble des animaux continuait d'interloquer, malgré l'enseignement philosophique et naturaliste d'Aristote et de ses successeurs au Lycée d'Athènes [38] (cf. *supra* la 4e étape)… enfin parce que le nom du légendaire Socrate y apparaissait.

---

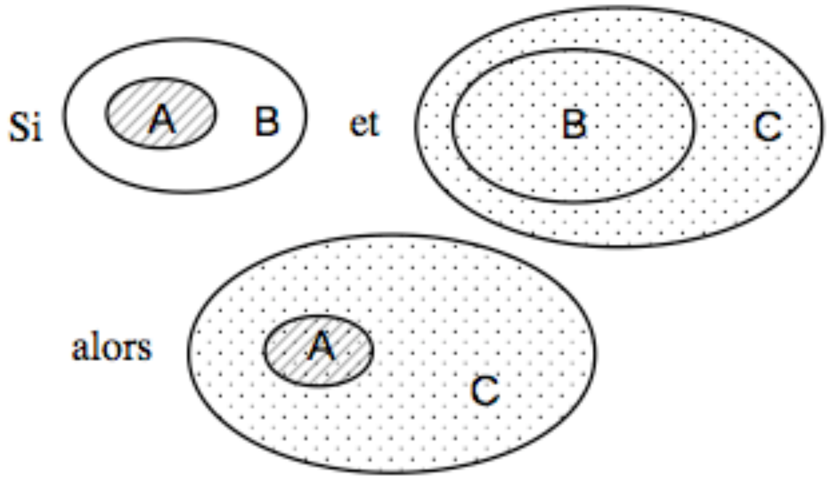
[35] C'est-à-dire faites dans l'esprit de Pyrrhon d'Élis [ca 360 - ca 275], qui enseigna le scepticisme philosohique à Athènes, vers 320 AEC.

[36] L'école péripatéticienne est celle du Lycée d'Athènes, fondée par Aristote [384-322], l'homme qui enseignait en marchant.

[37] *Tò dikaion kalon, tò kalon agathon, tò dikaion âra agathon.* […] *Sokrates anthropos, pâs anthropos zôon, Sokrates âra zôon.* – Sextos Empeirikos [c. 160 - c. 210], *Esquisses pyrrhoniennes* (*Pyrrhôneioi hypotypôseis*, rédigées vers la fin du IIe s. EC), II.13 (164).

[38] Pour rappel, Aristote déclare, au 2e chapitre des *Premiers Analytiques* (cf. *supra* la 4e étape) : « Il n'est pas vrai que chaque animal (*zôon*) se révèle un être humain (*anthropos*), mais il est vrai que chaque être humain se révèle un animal. » Sextus Empiricus semble bien avoir eu une pensée pour ceux de ses lecteurs qui n'auraient pas été d'accord… leur demandant de se concentrer sur l'aspect logique du syllogisme, en dehors de toute considération sur la véracité de sa prémisse majeure. Nous aborderons plus loin (aux 1e et 3e étapes de la promenade suivante) la question de la véracité (le fond) des syllogismes corrects (c'est-à-dire corrects dans leur forme).

On peut traduire la conjonction de coordination *âra* par *donc*, ou, comme nous l'avons fait ici, sous la forme de la locution conjonctive *par conséquent*. On reconnaîtra sans difficulté la structure syllogistique présentée dans le diagramme 2 (à la 8e étape de notre promenade syllogistique ; par commodité nous le représentons à nouveau ici) :



Diagr. 2. Structure d'un syllogisme d'inclusion (trois propositions binaires, d'abord la mineure et la majeure, dont l'ordre de succession peut être inversé, puis la conclusion) : si $A \subset B$ et $B \subset C$, alors $A \subset C$. L'ensemble A est hachuré, l'ensemble C est couvert de pointillés.

a ==> b , b ==> c (ces deux propositions constituent, respectivement, la prémisse mineure et la prémisse majeure), *donc* a ==> c (cette dernière proposition constituant la conclusion).

L'analyse grammaticale de chacune des propositions catégorielles de ces deux exemples classiques (dans lesquels le verbe attributif se trouve élidé) n'est pas entièrement triviale… Aussi reprenons l'analyse développée à la 6e étape, en l'appliquant point par point aux trois propositions attributives (ou catégorielles) de chacun de ces deux syllogismes d'inclusion.

Chacune d'entre elles présente, normalement (du moins en grec et en français), la structure ternaire suivante : un terme catégoriel ou d'identité remplissant la fonction de sujet verbal, puis un et un seul verbe attributif (typiquement, il est commun aux trois propositions ; ici, implicitement, c'est le verbe d'état « *est* » dans le premier exemple, « *est* » dans le second exemple), enfin un terme catégoriel remplissant la fonction d'attribut (le verbe et son attribut formant ensemble un prédicat).

L'attribut de la prémisse mineure (ici : « *(le) beau* », ou bien « *être humain* ») est le sujet de la prémisse majeure : « *(Ce qui se montre) juste (se révèle) beau, le beau (se révèle) bon* », ou bien « *Socrate (est un) être humain, tout être humain (est un) animal.* »

La troisième proposition attributive (comprenant, implicitement ou explicitement, la conjonction de coordination ‘ donc ’, ou bien la locution conjonctive ‘ par conséquent ’), qui constitue la *conclusion* logique de l'association des deux prémisses, est elle-même constituée du terme catégoriel ou d'identité propre à la prémisse mineure (« *(ce qui se montre) juste* », ou bien « *Socrate* »), du verbe commun aux deux prémisses (« *se révèle* », ou bien « *est* »), enfin du terme catégoriel propre à la prémisse majeure (« *bon* », ou bien « *animal* »).

Pour rappel, cette conclusion (« *(ce qui se montre) juste par conséquent (se révèle) bon* », ou « *Socrate par conséquent (est un) animal* ») peut se déduire sur la seule base des deux prémisses et doit se déduire d'elles – elle est nécessaire, obligée et incontournable.

Reprenons le cours de la réflexion d'Empiricus. Après avoir énoncé les deux syllogismes dans leur entièreté, le philosophe élide, de chacun de ses deux exemples, la prémisse majeure, pour ensuite expliquer que les deux syllogismes partiels ainsi énoncés demeurent équivalents, sur le plan logique, au syllogisme entier :

« *(Ce qui se montre) juste (se révèle) beau, (ce qui se montre) juste* par conséquent *(se révèle) bon.*

[…] Socrate (est un) être humain, Socrate par conséquent *(est un) animal.* »

a ==> b , *donc* a ==> c .

Nous savons déjà, en nous basant sur une réflexion menée au cours de la 9e étape, qu'Empiricus avait parfaitement raison et que l'équivalence logique s'impose par la présence de la conjonction de coordination *donc* (ou bien de la locution conjonctive *par conséquent*). Du fait de cette présence, la prémisse manquante, « *le beau (se révèle) bon* », ou bien « *tout être humain (est un) animal* », existe même si de façon voilée, et sa contenance sujet-verbe-attribut (sujet et prédicat) se trouve unique et obligatoire.

Nous savons aussi qu'Empiricus aurait pu faire de même en rendant implicite la prémisse mineure, plutôt que la majeure. Afin de compléter son analyse, nous élidons nous-mêmes, de ses deux syllogismes, la prémisse mineure :

Le beau (se révèle) bon, donc *(ce qui se montre) juste (se révèle) bon.*

[…] Tout être humain (est un) animal, donc *Socrate (est un) animal.*

b ==> c , *donc* a ==> c .

À cause de la présence de la conjonction de coordination *donc* (ou bien de la locution conjonctive *par conséquent*), les deux syllogismes partiels ainsi énoncés (c'est-à-dire amputés de la prémisse mineure) demeurent équivalents, sur le plan logique, au syllogisme entier.

Les syllogismes partiels, en ce sens qu'une des deux prémisses n'est pas explicitement énoncée, sont courants et appréciés, l'ellipse ainsi pratiquée leur donnant une aura de mystère. Voici un autre exemple antique, incluant cette fois un pronom personnel : « *Tu vois, donc tu es vivant* »[39]. La conjonction de coordination *donc*, introduisant la conclusion, impliquait l'existence d'une seconde prémisse, dont la contenance sujet-verbe-attribut se trouvait unique et obligatoire étant donné le contenu de la prémisse énoncée (« *Tu vois* ») et celui de la conclusion. Ce syllogisme d'inclusion partiel, dont la prémisse majeure était implicite, peut être reformulé dans son entier, de façon à explicitement rétablir cette prémisse élidée : ‘ Tu es un organisme qui voit, un organisme qui voit est (un organisme) vivant, donc tu es (un organisme) vivant ’. On constatera que l'énoncé partiel ou elliptique de ce syllogisme d'inclusion, et son développement entier ou explicite, se révèlent logiquement équivalents.

[39] « Tu vois, donc tu es vivant ». Un syllogisme partiel attribué à Antipatros de Tarse, qui fut de 150 à 129 AEC scholarque (dirigeant) de l'école stoïcienne.

Un autre exemple, plus récent, incluant également un pronom personnel, est le célèbre « *Je pense, donc je suis* »[40]. Même remarque que ci-dessus à propos de la conjonction *donc*. Là aussi le syllogisme partiel, à la prémisse majeure implicite, peut être reformulé dans son entier, de façon à explicitement rétablir cette prémisse élidée : ‘ Je suis un organisme pensant, pour penser il faut être, donc je suis ’[41]. On ajoutera à la réflexion qu'un lecteur normal de Descartes peut se trouver un peu ébloui[42] par le pronom personnel à la première personne du singulier, ainsi que par le caractère holosémique et l'omniprésence langagière du verbe *être* (qui, en plus de constituer un verbe attributif *et* un verbe substantif – *le* verbe d'état par excellence – se montre par ailleurs un verbe auxiliaire)… ce qui a contribué à rendre singulièrement énigmatique l'apophtegme du mathématicien, théologien et philosophe français.

***

12.

On aura sans doute remarqué que, jusqu'ici, les syllogismes d'inclusion ont été énoncés de manière à rendre plus fluide l'élision du terme intermédiaire des deux prémisses (soit le terme qui leur est commun)… une élision qui mène spontanément à la formulation de la conclusion (cf. *supra* la 8e étape). L'ordre de succession des deux prémisses n'importe pas sur le plan de la logique… en revanche il importe si l'on souhaite faciliter l'élaboration de la conclusion.

Voyons de plus près comment le travail intellectuel peut se trouver entravé lorsqu'un syllogisme, bien que correct, n'a pas été formulé de la façon la plus intelligible.

Nous avons déjà croisé, au cours des étapes 7 à 10, le syllogisme antique classique : “ Les Grecs sont des êtres humains, les êtres humains sont mortels, donc les Grecs sont mortels. ”

Et, à la 11e étape, deux autres syllogismes d'inclusion, dus à la plume d'Empiricus, dont un particulièrement célèbre : « Socrate (est un) être humain, tout être humain (est un) animal, Socrate par conséquent (est un) animal. »

---

[40] « […] je pense, donc je suis […] » – Descartes, René [1596-1650], *Discours de la méthode*, 1637, 4e partie. Cf. *supra* le texte nº 111, « Dérive antipodale des mots : cartésien ». Peut-être Descartes connaissait-il le *Poème* de Parménide d'Élée, dans lequel l'inspirateur de l'idéalisme philosophique grec avait écrit, au Ve s. AEC : « Car le même est à la fois penser et être ».

[41] C'est une lourdeur plutôt inutile que d'énoncer, à l'instar de certains philosophes germaniques ou férus de germanisme : ‘ Le *je* est (un être) pensant, un (être) pensant est étant/existant, donc le *je* est (un être) étant/existant ’.

[42] Si un ensemble discontinu peut appartenir à un ensemble continu, la proposition inverse n'est pas vraie. Or, le contenu d'un pronom personnel *je* peut être considéré aussi bien comme discret, au sens de discontinu, donc entièrement limité (par analogie, un élément de l'ensemble des nombres entiers, ou un segment de celui-ci)… que comme partiellement illimité (par analogie toujours, un segment de l'ensemble des nombres rationnels, segment de cardinal infini et sans limite intérieure puisque les nombres qu'il contient sont divisibles à l'infini, sans discontinuité entre eux). Par conséquent, d'un point de vue syllogistique, *je* peut être discontinu même si *l'être* voire *la pensée* sont continus… en revanche, si *je* est continu il doit en être de même de *la pensée* et de *l'être*. Pour autant que l'on respecte cette contrainte logique, on peut donc, selon son tempérament, être adepte de la première ou de la deuxième interprétation en matière de continuité du *je*. Ainsi, l'interprétation ontologique ne joue-t-elle qu'un rôle partiellement déterminant dans la structure logique du syllogisme partiel… par contre elle joue un rôle certain dans l'éblouissement que l'on peut ressentir devant l'apophtegme « *Je pense, donc je suis* ».

En 1843, l'utilitariste libéral anglais J. S. Mill, dans sa somme philosophique sur la logique, les combinera pour créer un nouveau syllogisme, qui deviendra célèbre à son tour[43] :

« *Tout être humain est mortel, Socrate est un être humain, par conséquent Socrate est mortel.* » (Mill en fit toute une histoire, critiquant longuement, en particulier, la réalité de la prémisse majeure… mais là n'est pas notre propos).

On aura observé que l'ordre de succession des deux prémisses est un peu déroutant (en anglais comme en français) – et qu'il a fait hésiter une fraction de seconde…

C'eût été moins désorientant si Mill avait énoncé la mineure avant la majeure, écrivant, de façon équivalente : " *Socrate est un être humain, tout être humain est mortel, par conséquent Socrate est mortel.* " Sous cette dernière formulation, l'élision de la partie commune aux deux prémisses (' être humain ') se fait plus facilement à première écoute ou à première lecture, car en une seule opération mentale – pour générer la conclusion, il n'est pas besoin d'intervertir, dans leur succession phrastique, les termes ' mortel ' et ' Socrate '… comme on doit le faire avec la formulation de Mill.

Grâce au langage propositionnel symbolisé, on peut s'assurer que les deux formulations, l'originale de Mill :

« *Tout être humain est mortel, Socrate est un être humain, par conséquent Socrate est mortel* »,

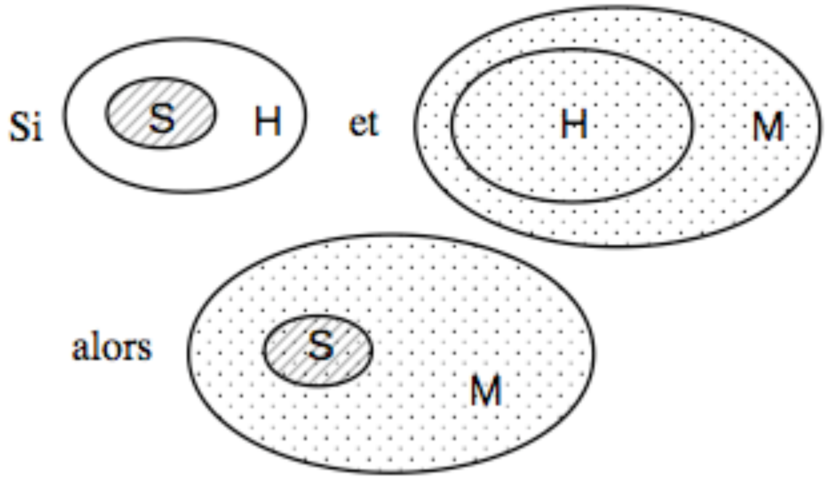
et celle qui s'impose mieux à l'entendement :

" *Socrate est un être humain, tout être humain est mortel, par conséquent Socrate est mortel* ",

sont toutes les deux parfaitement logiques… et parfaitement équivalentes.

[43] « *All men are mortal, Socrates is a man, therefore Socrates is mortal.* » – Mill, John Stuart [1806-1873], *A System of Logic, ratiocinative and inductive* (1843), II.2.1. Sans doute la fin tragique de Socrate, condamné à boire la ciguë en 399 AEC, a-t-elle contribué au succès du syllogisme. Mais peut-être y a-t-il une autre cause à ce succès : Mill avait commencé par la prémisse la plus frappante, imposant son syllogisme comme un coup de poing. Ensuite de quoi l'hésitation cognitive créée par sa formulation accentuait le coup, rendant le lecteur encore plus chancelant… Comme quoi les besoins didactiques ne sont pas nécessairement ceux de la rhétorique.

Le constat s'impose avec évidence si on traduit ces deux formulations dans le langage des ensembles (S est un ensemble à un et un seul élément, il équivaut à l'ensemble A du diagramme 2, présenté à la 8[e] étape de notre promenade syllogistique ; H équivaut à B ; M équivaut à C) :



Diagr. 2". Structure d'un syllogisme d'inclusion (trois propositions binaires, d'abord la mineure et la majeure, dont l'ordre de succession peut être inversé, puis la conclusion) : si $S \subset H$ et $H \subset M$, alors $S \subset M$. L'ensemble S est hachuré, l'ensemble M est couvert de pointillés.

Les deux prémisses de la première formulation sont :

$$S \subset H \,, H \subset M \,.$$

La formulation suivante (on intervertit simplement les deux prémisses, verbalement et dans le diagramme ci-dessus – c'est la formulation de Mill) est logiquement équivalente mais exige plus de concentration mentale pour en tirer la conclusion :

$$H \subset M \,, S \subset H \,.$$

Avec l'une comme l'autre formulation, on peut et il faut déduire :

$$\textit{donc} \;\; S \subset M \,.$$

Dans ce langage des ensembles, on établit, sans aucune hésitation, que l'ordre de succession des deux prémisses ne change rien à la conclusion logique, une déduction unique et obligatoire, que l'on *doit* tirer de leur association. La première formulation en revanche est plus accessible à l'entendement immédiat.

Grâce à quatre exemples verbaux, ceux de l'antiquité et celui de Mill, on se voit confirmé dans l'idée que le syllogisme d'inclusion n'est pas un concept particulièrement compliqué. Il fait partie des constructions logiques les plus simples. Comme on vient de le remarquer toutefois, on peut quand même créer une petite dissonance cognitive à l'énoncé d'un syllogisme pourtant correct… rien qu'en le formulant d'une façon un peu moins intelligible qu'on ne le pourrait.

***

13.

La langue française offre une conjonction de coordination un peu floue[44] sur le plan sémantique : *or*. Elle sert à relier deux phrases en prenant parfois le sens de ‘ mais ’, parfois le sens de ‘ et ’. Dans ce dernier sens, elle est utilisée, en particulier, pour mettre en relation deux arguments desquels on va tirer une déduction – c'est-à-dire qu'elle est utilisée pour les formulations syllogistiques.

Ainsi, l'insertion de cette conjonction, dans le syllogisme d'inclusion présenté aux 8e et 9e étapes, donne ceci :

“ Les Grecs sont des êtres humains, *or* les êtres humains sont mortels, donc les Grecs sont mortels. ”

Étant donné que ce petit mot, *or*, peut prendre, selon le contexte, le sens de ‘ mais ’, en plus du sens de ‘ et ’, on peut avoir l'impression, vaguement, qu'il ajoute comme une structure hiérarchique entre les deux prémisses… alors qu'il n'en est rien.

En effet, on peut tout aussi bien dire, de façon parfaitement équivalente :

“ Les êtres humains sont mortels, *or* les Grecs sont des êtres humains, donc les Grecs sont mortels. ”

Rhétoriquement, cette petite conjonction de coordination, *or*, a de l'élégance, quand elle est bien utilisée. Sur le plan sémantique, toutefois, elle n'apporte rien au syllogisme.

Or… en matière de logique, qu'elle soit philosophique ou formelle, tout ce qui n'est pas indispensable au propos, sur le plan strictement intellectuel, est de trop (car il ne s'agit pas de rhétorique, mais d'une forme de pensée compacte et serrée). Ce petit mot, ‘ or ’, n'aidant pas à clarifier l'énoncé d'un syllogisme dans sa structure et dans sa signification, voire le troublant un peu… son utilisation nuit à l'objectif général de clarté et d'intelligibilité. Par conséquent, nous avons choisi de l'exclure des expressions syllogistiques. Notre choix s'est fait d'autant plus naturellement que jusqu'ici nos exemples de syllogisme proviennent du grec (et, pour un cas, de l'anglais) et que dans les énoncés d'origine on ne trouvait aucun mot y ressemblant.

***

[44] Pour la conjonction de coordination *or* il s'agit bien de flou sémantique… pas d'ambiguïté, comme c'est le cas avec la conjonction de cordination *ou*, qui normalement, sans autres précisions, signifie *ou* inclusif (*et/ou* en franglais), mais qui selon le contexte peut signifier *ou* exclusif (*ou bien*).

À la 7e étape, en marchant sur les traces d'Aristote, nous avons énoncé qu'un syllogisme pouvait être d'inclusion ou d'exclusion. Rappelons la définition générale :

Le syllogisme est un raisonnement où, certaines choses étant prouvées, une chose autre que celles qui ont été accordées se déduit nécessairement des choses qui ont été accordées. – Aristote, *Premiers Analytiques*, introduction.

Jusqu'ici, nous nous sommes attachés à comprendre le syllogisme d'inclusion. Intéressons-nous maintenant au second type de syllogisme, le syllogisme d'exclusion ; lui aussi est composé de trois propositions binaires, mais deux de celles-ci sont négatives : la prémisse majeure et la conclusion.

En voici un exemple verbal, tout aristotélicien :

“ Les humains sont des animaux, les animaux ne sont pas des minéraux, donc les humains ne sont pas des minéraux. ” [45]

On peut le reformuler, d'une façon parfaitement équivalente, avec le préfixe ‘ non- ’ de négation, de contraire :

“ Les humains sont des animaux, les animaux sont des non-minéraux, donc les humains sont des non-minéraux. ”

La proximité logique entre syllogisme d'inclusion et syllogisme d'exclusion devient alors apparente.

Remplaçons les sujets et les attributs de l'énoncé par des symboles de variables, selon les trois identités suivantes :

a, A = êtres humains ; b, B = animaux ; c, C = minéraux.

Dans le langage propositionnel de la logique, cela donne :

a ==> b , b ==> non-c , donc a ==> non-c .

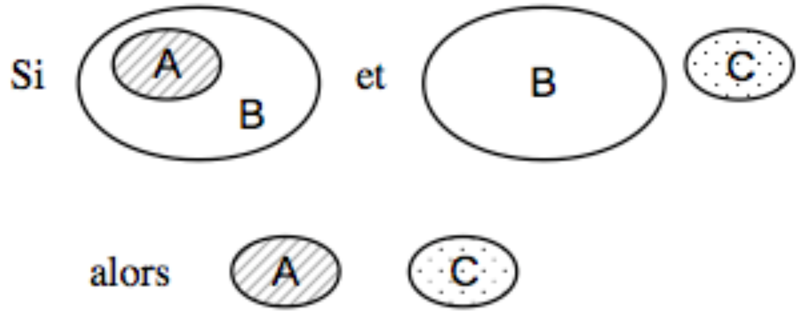
Il est usuel de symboliser ‘ non-y ’ par ‘ ¬y ’ :

a ==> b , b ==> ¬c , donc a ==> ¬c .

---

[45] À l'instar de Sextus Empiricus dans ses *Esquisses pyrrhoniennes* (cf. *supra* la 11e étape), nous proposons aux lecteurs qui ne seraient pas d'accord avec la prémisse mineure (“ Les humains sont des animaux ”), une proposition binaire énoncée par Aristote au 2e chapitre des *Premiers Analytiques* (cf. *supra* la 4e étape), de suspendre leur jugement et de se concentrer sur l'aspect logique (la forme) du syllogisme proposé – en dehors de toute considération sur le fond de cette prémisse (dont nous rappelons toutefois qu'elle traitait de l'aspect biologique de la question). Nous aborderons plus loin (aux 1e et 3e étapes de la promenade suivante) la question de la véracité (le fond) des syllogismes corrects (c'est-à-dire corrects dans leur forme).

Dans le langage des ensembles, les trois propositions binaires du syllogisme d'exclusion se traduisent de la façon suivante : deux ensembles disjoints et un troisième contenu dans l'un des deux.



Diagr. 3. Structure d'un syllogisme d'exclusion (trois propositions binaires, d'abord la mineure et la majeure, dont l'ordre de succession peut être inversé, puis la conclusion) : $A \subset B$, B et C sont disjoints, donc A et C sont disjoints. L'ensemble A est hachuré, l'ensemble C est couvert de pointillés.

Le symbole ' ¬ ' est également utilisé pour les ensembles. Si l'on garde à l'esprit que ' ¬C ' représente tout ce qui n'est pas C, la proximité logique entre syllogisme d'inclusion et syllogisme d'exclusion devient évidente.

En examinant le diagramme 3, on constate, ici aussi, à l'instar d'un syllogisme d'inclusion, que la conclusion s'impose et va de soi, elle et seulement elle. On se trouve bien en présence d'un syllogisme.

Avant de clore cette étape, rappelons la définition du syllogisme d'exclusion dans le langage des ensembles : deux ensembles disjoints et un troisième contenu dans l'un des deux. Il convient d'insister : pour un tel syllogisme, il est impératif que le troisième ensemble en question (A, dans notre exemple) soit contenu (inclus) dans l'un des deux autres, formant ainsi la prémisse mineure – cet ensemble ne peut pas être contenant (incluant), car dans ce cas on ne serait pas en mesure de formuler une conclusion proprement dite, c'est-à-dire une déduction unique et obligatoire.

Et résumons ce que nous avons vu jusqu'ici : dans les deux cas de syllogisme, d'inclusion ou d'exclusion, la prémisse mineure *doit* être d'inclusion ; en revanche, la prémisse majeure peut être *soit* d'inclusion (syllogisme d'inclusion), *soit* d'exclusion (syllogisme d'exclusion).

À la promenade suivante [46], nous verrons de plus près des exemples de pseudo-syllogismes d'exclusion, après avoir découvert quelques pseudo-syllogismes d'inclusion.

***

[46] Le texte nº 113, « Une promenade langagière autour du syllogisme : syllogisme absurde ».

Peut-on représenter, en une seule formule propositionnelle, les trois propositions binaires d'un syllogisme d'exclusion ? Et en une seule figure, synthétique, les trois ensembles de celui-ci ? À l'instar de ce que nous avons fait, à la 9e étape, pour le syllogisme d'inclusion ?

Oui, mais ici également il convient d'être attentif au fait qu'un syllogisme n'est pas simplement un assemblage de trois propositions binaires impliquant trois termes en tout… Le syllogisme énonce, *en plus*, que la dernière proposition est la conclusion des deux premières, que la conjonction de coordination ‘ donc ’ soit explicite ou non.

Dans une synthèse ternaire qui serait *graphique*, la conjonction ‘ donc ’ n'apparaîtrait pas. Aussi, pour autant qu'une telle formule et qu'une telle figure représentent bien trois propositions binaires, il faut, de surcroît, qu'elles obéissent à un code, implicite ou explicite, dévoilant laquelle des trois est la conclusion.

Comme pour le syllogisme d'inclusion, à la 9e étape, voici la synthèse d'un syllogisme d'exclusion, en une seule formule propositionnelle. Cette formule de logique symbolique est relativement complexe, car la proposition, impliquant trois termes à la fois, est ternaire (pour rappel, le symbole ‘ ¬ ’ signifie ‘ non- ’) :

$$a \Longrightarrow b \Longrightarrow \neg c \ ;$$

ou, de façon équivalente,

$$\neg c \Longleftarrow b \Longleftarrow a \ .$$

Pour que cette formule ternaire soit celle d'un syllogisme d'exclusion, elle doit obéir à un code implicite : à l'instar d'un syllogisme d'inclusion, la troisième proposition binaire (la conclusion) est celle-là qui relie les deux extrémités (ici, a et ¬c) de la formule ternaire.

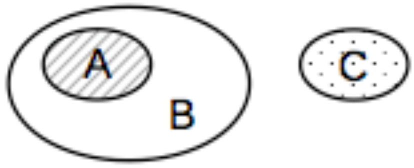
Dans le langage des ensembles, on écrit :

$$A \subset B \subset \neg C \ ;$$

ou, de façon équivalente,

$$\neg C \supset B \supset A \ .$$

Cela correspond au diagramme suivant :



Diagr. 3'. Cette représentation par des ensembles constitue la synthèse d'un syllogisme d'exclusion, pour autant qu'elle obéisse à un code implicite : la conclusion est la proposition binaire la moins immédiate, soit A et C sont disjoints. L'ensemble A est hachuré, l'ensemble C est couvert de pointillés.

Là également, pour que cette figure ternaire représente un syllogisme d'exclusion, elle doit obéir à un code implicite : à l'instar d'un syllogisme d'inclusion, la conclusion est la proposition binaire la moins immédiate des trois. Selon ce critère, la proposition en question est celle qui implique l'ensemble contenu et l'ensemble extérieur, c'est-à-dire A et C. En effet, séparant visuellement ces deux ensembles l'un de l'autre, se trouve une partie de l'ensemble contenant et intermédiaire, B.

***

16.

Au cours de cette étape, nous étudierons de près les conditions sous lesquelles un syllogisme d'exclusion peut légitimement être exprimé d'une façon partielle. Cette 16^e^ étape est très similaire à la 10^e^, au cours de laquelle nous avions étudié ces conditions pour un syllogisme d'inclusion. Si l'on estime superfétatoire cette révision, même sur un mode différent, on peut directement passer à la promenade suivante.

Nous avons vu, au cours de la 8^e^ étape, que la conclusion d'un syllogisme d'inclusion (diagramme 2) était une déduction unique et obligatoire. Si l'on s'attarde sur le diagramme 3, on constate qu'il en est de même pour un syllogisme d'exclusion.

Il en résulte que, pour les deux types de syllogismes, la paire de prémisses constitue une condition certes nécessaire, mais aussi suffisante, pour le syllogisme dans son entier – car cette paire et le syllogisme entier sont logiquement équivalents. Autrement dit, la conclusion est logiquement contenue dans la paire de prémisses.

La conclusion allant de soi, elle peut légitimement ne pas être rendue de façon explicite, sans que cela diminue la portée du propos. Par conséquent, si l'on souhaite rester concis, les deux prémisses suffisent pour formuler, d'une façon elliptique néanmoins dénuée de toute ambiguïté, un énoncé de nature syllogistique – elliptique dans le sens que l'énoncé est porteur d'un syllogisme complet, même si partiellement voilé.

Ainsi en est-il de l'énoncé elliptique : “ Les humains sont des animaux, les animaux ne sont pas des minéraux ”.

La conclusion, “ (donc) les humains ne sont pas des minéraux ”, s'impose logiquement et va de soi – elle et rien qu'elle.

Pour notre exemple verbal, reprenons les trois identités symboliques présentées à la 14ᵉ étape :
a, A = êtres humains ; b, B = animaux ; c, C = minéraux.

Et reformulons, en termes généraux, un syllogisme d'exclusion réduit à ses deux prémisses (on peut se référer au diagramme 3, à la 14ᵉ étape *supra*) :

‘ a ==> b , b ==> ¬c ’.

Cette reformulation symbolique le confirme : la conclusion, ‘ (donc) a ==> ¬c ’, s'impose et va de soi, elle et seulement elle. Par conséquent, si l'on souhaite rester concis on peut légitimement en faire l'ellipse après avoir énoncé les deux prémisses.

Cela, c'est le premier cas de figure en matière de concision syllogistique. Il y en a deux autres, dans lesquels la conjonction de coordination ‘ donc ’, ou bien l'adverbe de conséquence ‘ alors ’, joue un rôle subtil mais décisif. Découvrons-les tour à tour.

Deuxième cas de figure en matière de concision syllogistique, deuxième énoncé elliptique néanmoins dénué de toute ambiguïté. Il ne décline que la prémisse majeure et la conclusion : “ Les animaux ne sont pas des minéraux, *donc* les humains ne sont pas des minéraux. ” Ou encore : “ Si les animaux ne sont pas des minéraux, *alors* les humains ne sont pas des minéraux. ” La conjonction *donc* et l'adverbe *alors* impliquent, l'un comme l'autre, que l'on a fait l'ellipse d'une prémisse, la mineure en l'occurrence, “ (et si) les humains sont des animaux ”.

‘ b ==> c , *donc* a ==> ¬c ’.

En raison de la présence de la conjonction de coordination ‘ donc ’, la mineure, ‘ a ==> b’, va de soi sur le plan logique. Par conséquent, dans un esprit de concision on pouvait légitimement en avoir fait l'ellipse.

Troisième cas de figure en matière de concision syllogistique, troisième énoncé elliptique néanmoins dénué de toute ambiguïté. Il ne décline que la prémisse mineure et la conclusion : “ Les humains sont des animaux, *donc* les humains ne sont pas des minéraux. ” Ou encore : “ Si les humains sont des animaux, *alors* les humains ne sont pas des minéraux. ” La conjonction *donc* et l'adverbe *alors* impliquent, l'un comme l'autre, que l'on a fait l'ellipse d'une prémisse, la majeure en l'occurrence, “ (et si) les animaux ne sont pas des minéraux ”.

‘ a ==> b , *donc* a ==> ¬c ’.

En raison de la présence de la conjonction de coordination ‘ donc ’, la majeure, ‘ b ==> ¬c’, va de soi sur le plan logique. Par conséquent, dans un esprit de concision on pouvait légitimement en avoir fait l'ellipse.

Continuons notre réflexion sur le thème de l'ellipse en matière de syllogismes.

Si, dans le syllogisme d'exclusion complet “ Les humains sont des animaux, les animaux ne sont pas des minéraux, donc les humains ne sont pas des minéraux ”, on fait l'ellipse de la conjonction de coordination ‘ donc ’, le syllogisme reste complet sur le plan logique, car implicitement la conjonction demeure en place, même si elle est masquée [47]… Cela parce que la règle tacite veut que la troisième proposition binaire n'est pas placée ailleurs qu'en troisième position du triple énoncé, et parce qu'en l'occurrence la logique impose qu'il s'agit d'une conclusion, en une déduction unique et obligatoire.

---

[47] En une forme d'élision courante en rhétorique, l'asyndète (cf. la 8ᵉ étape).

En revanche, si on supprime cette conjonction ‘ donc ’ du deuxième, comme du troisième énoncé elliptique ci-dessus (le deuxième et le troisième cas de figure en matière de concision syllogistique, ceux-là où l'on a fait l'ellipse d'une des prémisses), ou si l'on supprime de ceux-ci la construction ‘ si… alors ’… on se retrouve avec deux propositions binaires dont l'apposition ne permet de tirer *aucune conclusion particulière*.

En effet, aucune déduction logique ne s'impose ni de la paire de propositions “ Les animaux ne sont pas des minéraux, les humains ne sont pas des minéraux ” (ce qui correspond à une paire de mineures, ne formant pas prémisses [48]), ni de la paire “ Les humains sont des animaux, les humains ne sont pas des minéraux ” (une paire de majeures, ne formant pas prémisses non plus [49]). On peut certes formuler, pour chacune des deux paires en question, une troisième proposition qui se montrerait compatible avec les deux premières, mais elle ne se révélerait ni obligatoire, ni la seule possible… Par voie de conséquence ce ne serait pas une conclusion proprement dite et l'on ne serait pas en présence d'un syllogisme d'exclusion [50].

Au cours de la prochaine promenade, nous reviendrons plus en détail sur les deux derniers cas, dont on pressent déjà qu'ils doivent amplement fournir matière à pseudo-syllogismes d'exclusion.

Voilà. Cette première promenade langagière autour du syllogisme s'achève. À ce stade, un langage raisonnablement précis et un exposé aussi direct que possible semblent avoir fait le tour de la question. Du moins, sous son aspect formel.

---

[48] Car l'ensemble commun aux deux propositions énoncées (ici, celui des minéraux, C) est disjoint des deux autres ensembles. Il n'y a donc pas de prémisse d'inclusion, une prémisse obligatoire pour qu'il y ait syllogisme.

[49] Il y a une proposition d'inclusion, mais l'ensemble commun aux deux propositions énoncées (ici, celui formé par les êtres humains, A) est l'ensemble *contenu*. Alors que, dans un syllogisme d'exclusion (tel que “ Les humains sont des animaux, les animaux ne sont pas des minéraux ”), l'ensemble commun (ici, celui des animaux, B) est l'ensemble *contenant*.

[50] Autrement dit : pour autant que l'on n'insère pas dans le discours un ‘ donc ’ intempestif et malvenu, on peut parfaitement créer un assemblage de trois propositions binaires compatibles entre elles mais ne formant pas syllogisme.